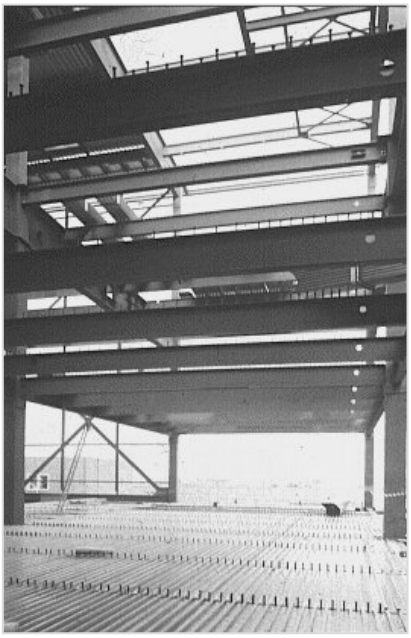
Notas de Aula gentilmente cedidas pelo Prof. Rui Simões da Universidade de Coimbra, Portugal

Universidade de Coimbra
Mestrado em Construção Metálica e Mista

DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS MISTAS AÇO-BETÃO

Lajes Mistas Aço-Betão

Lajes mistas aço-betão
situações mais comuns



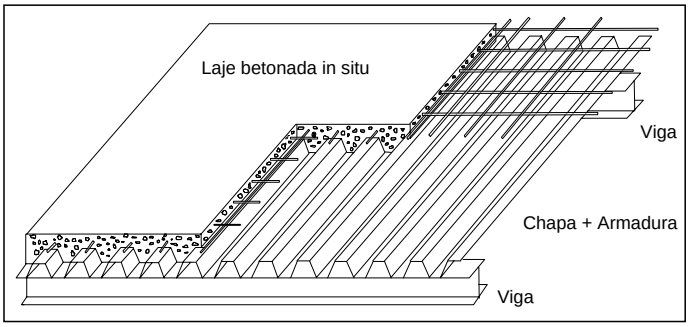
- Funcionamento unidireccional
- Vão típico de 3.5 m
- As lajes apoiam em vigas secundárias
- As vigas secundárias apoiam em vigas principais
- Estrutura principal em grelha rectangular
- A construção da laje é não escorada

Vantagens na utilização de lajes mistas aço-betão

- Rapidez e simplicidade de execução
- Plataforma de trabalho segura
- A chapa perfilada protege os trabalhadores que se encontram num nível inferior
- Estrutura mais leve do que a de um edifício convencional de betão armado
- Proporciona-se a utilização de betão leve – redução do peso próprio
- Vigas e chapas metálicas são produzidas em fábrica – tolerâncias reduzidas e maior precisão de fabrico

Composição de uma laje mista

- Chapa perfilada
- Armadura
- Laje betonada in situ

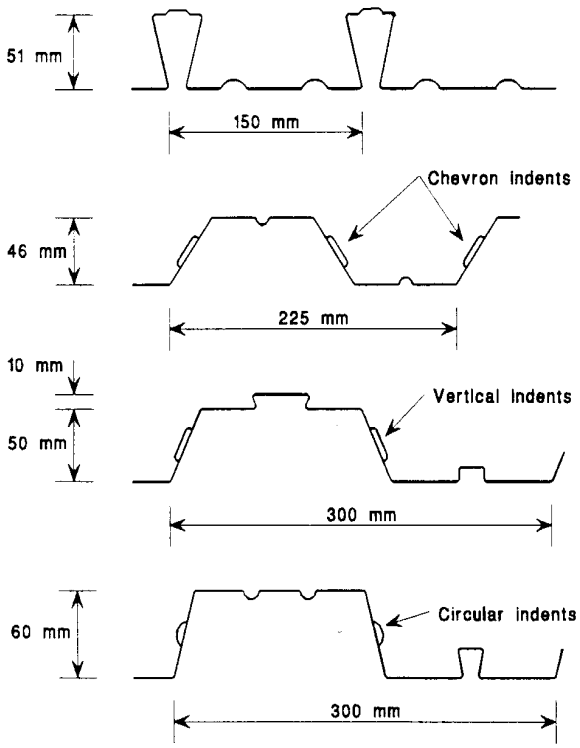


- Após o endurecimento do betão comporta-se como um elemento estrutural misto de aço-betão
- A chapa perfilada é dimensionada para ser utilizada como cofragem durante a fase de betonagem e como armadura de tracção na fase mista
- Estes dois elementos estão “ligados” de forma a que seja possível a transferência de esforços de corte na interface aço-betão

Tipos de chapa perfilada

Várias tipologias, com diferentes:

- Formas
- Profundidade e distância entre nervuras
- Largura, recobrimento lateral
- Nervuras de rigidez
- Elementos de conexão mecânica



Espessura usual : 0.75 mm a 1.5 mm

Altura: 40 mm a 80 mm

Ambas as faces galvanizadas

Chapa enformada a frio

O processo de enformação a frio conduz:

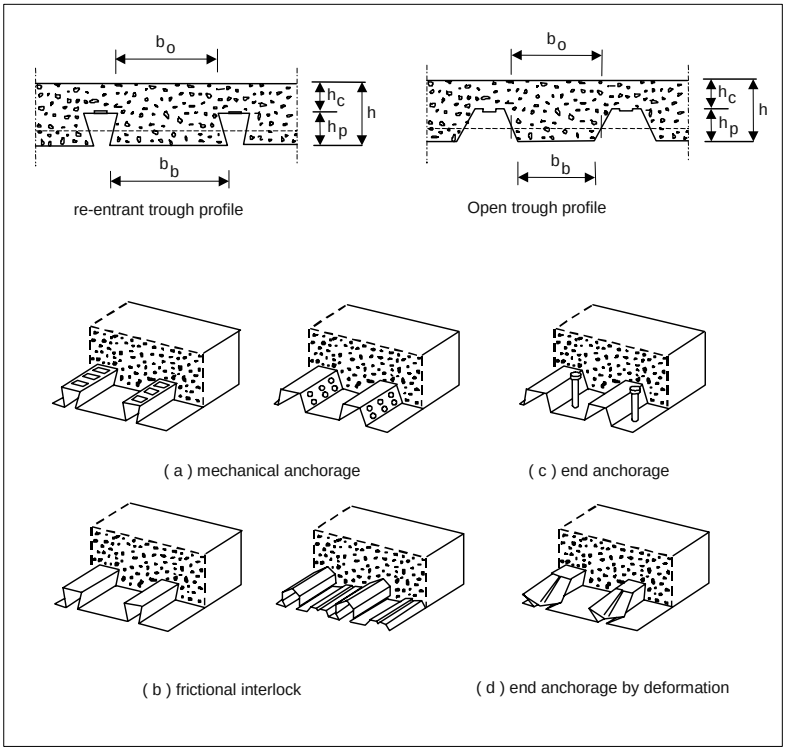
- ao endurecimento das extensões
- a um aumento da tensão de cedência (por ex: S235 passa a 300 MPa)

Conexão aço-betão em lajes mistas

A adesão química não é suficiente para garantir o comportamento misto

Uma conexão eficiente é conseguida com:

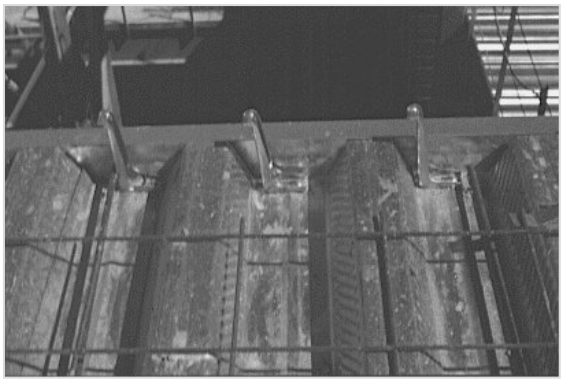
- Ancoragem mecânica realizada com saliências localizadas na chapa perfilada
- Forma reentrante da chapa
- Ancoragem junto aos apoios com conectores metálicos
- Ancoragem junto aos apoios realizada com deformação localizada das nervuras



Armadura na laje de betão

Razões para a colocação de armadura na laje de betão:

- Confere capacidade de distribuição de cargas pontuais ou lineares
- É necessária em zonas de abertura da laje
- Confere resistência ao fogo
- É necessária na face superior da laje em zonas de momento flector negativo
- É necessária no controlo da fendilhação devida à retracção



Rede electrossoldada colocada sobre a face superior da chapa perfilada

Condições de execução

- A chapa perfilada proporciona uma plataforma de trabalho que deve resistir ao peso dos elementos de construção e ao peso do betão fresco
- A chapa pode ser escorada temporariamente durante o período de execução da laje
- Situação preferível: não utilizar escoramento

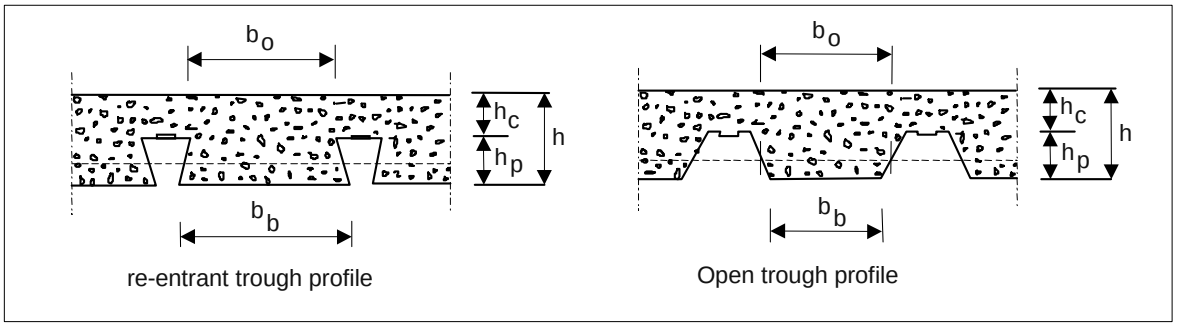
Medidas regulamentares (EC4) (1)

- Espessura total: $h \geq 80$ mm
- Espessura da laje de betão acima da chapa perfilada: $h_c \geq 40$mm

Se a laje tem funcionamento misto com a viga ou é usada como diafragma,

- Espessura total: $h \geq 90$ mm
- Espessura da laje de betão acima da chapa perfilada: $h_c \geq 50$mm

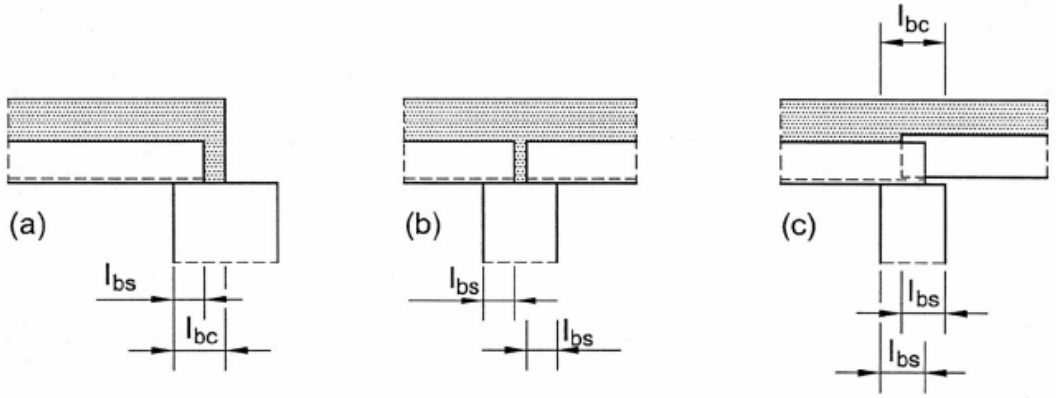
- A dimensão máxima do agregado não deve exceder:
  $(0.40\ h_c\ ;\ b_o/3\ ;\ 31.5$ mm)
- As lajes mistas necessitam de uma entrega mínima de 75 mm sobre o apoio, se este for de aço ou betão e de 100 mm se for de outro material



Medidas regulamentares (EC4) (2)

- Lajes mistas que apoiam em secções de aço ou de betão:
  $l_{bc} = 75$ mm e $l_{bs} = 50$ mm
- Lajes mistas que apoiam em outros materiais:
  $l_{bc} = 100$ mm e $l_{bs} = 70$ mm

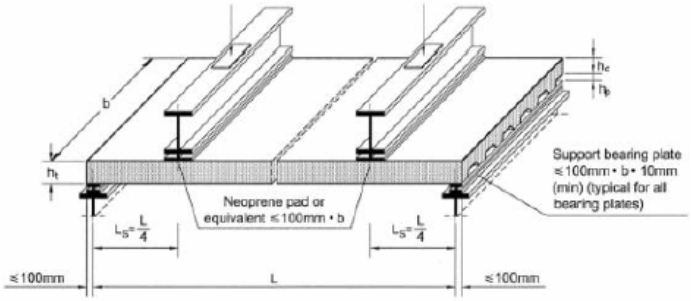
A sobreposição de algumas chapas não é viável.

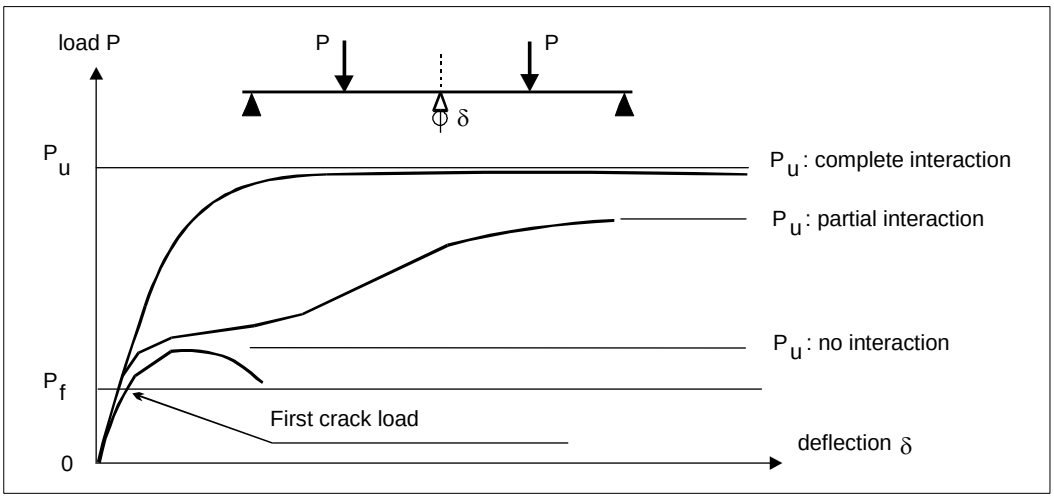


Comportamento estrutural da laje mista

Ligação perfeita entre a laje de betão e a chapa de aço – interacção total.

Deslizamento relativo entre a laje de betão e o perfil de aço – interacção parcial





Tipos de comportamento

Interacção total:

- Não existe deslizamento relativo na interface aço-betão
- A rotura pode ser brusca ou dúctil (depende das características da laje)

Sem interacção:

- O deslizamento na interface aço-betão não é limitado; a transferência de esforço de corte na interface aço-betão é quase nula

Interacção Parcial:

- Existe deslizamento relativo na interface aço-betão, mas este é limitado
- Existe transferência de esforço de corte na interface aço-betão
- A capacidade resistente da laje está localizada entre os dois limites apresentados anteriormente
- A rotura pode ser brusca ou dúctil (depende das características da laje)

Rigidez da laje mista

- É calculada a partir da parte inicial do diagrama *P-*δ
- A rigidez é mais elevada no caso de haver interacção total
- 3 tipos de ligação entre aço e betão:

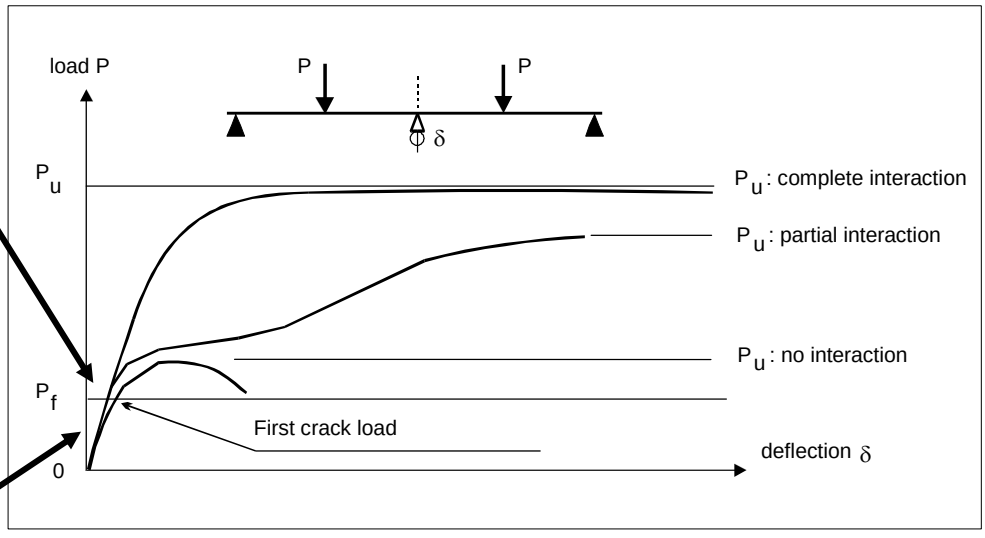
  1. Ligação química – existe em todos os casos, mas sempre com valor reduzido

  2. Ligação por fricção – desenvolve-se a partir dos primeiros micro-deslizamentos

  3. Ligação por ancoragem – actua após o primeiro deslizamento; depende da forma da interface aço-betão

Rigidez da laje mista

Após o aparecimento da 1ª fenda e com a ocorrência dos primeiros micro-deslizamentos, desenvolve-se interacção mecânica e por fricção



Entre *0* e P_f, a interacção aço – betão dá-se essencialmente por aderência físico-química.

A rigidez depende do tipo de conexão e da sua eficácia.

Modos de rotura da laje mista

Modo de rotura I : o momento actuante M_{sd} excede o momento resistente $M_{pl,Rd}$.

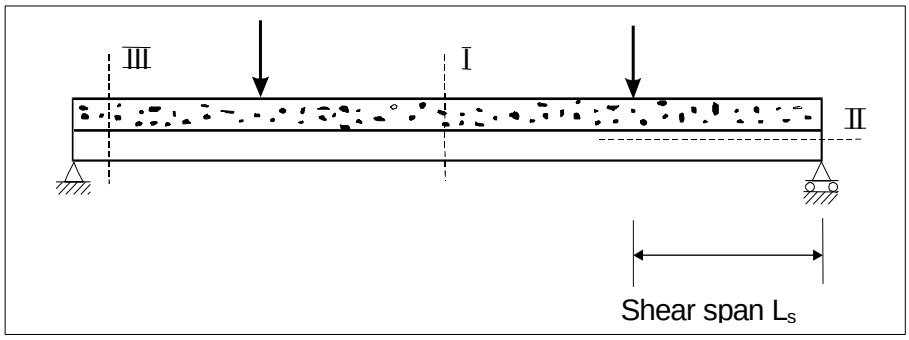
Modo de rotura geralmente associado com vãos médios a elevados, com elevado grau de interacção entre aço e betão.

Modo de rotura II : a capacidade resistente depende da capacidade resistente da conexão aço-betão.

A rotura dá-se na secção II, ao longo do comprimento L_s.

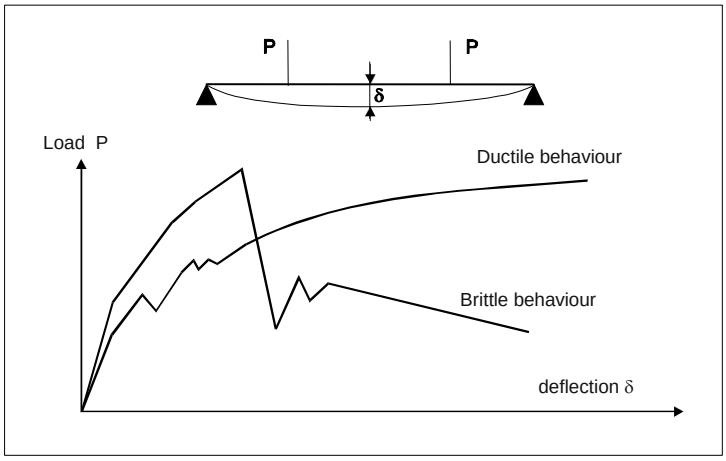
Modo de rotura III : o esforço de corte V_{sd} excede a capacidade resistente da laje ao corte.

Situação crítica em lajes de grande espessura e vão pequenos ou sujeitas a elevadas cargas concentradas.



Rotura dúctil ou frágil?

- Depende das características da interface aço-betão
- Lajes com chapa perfilada reentrante tendem a exibir um comportamento mais dúctil
- Os fabricantes de chapa perfilada reduziram o comportamento frágil da laje mista colocando elementos de conexão mecânica - relevos, entalhes, encaixes



Condições de dimensionamento

Devem ser consideradas duas situações de dimensionamento:

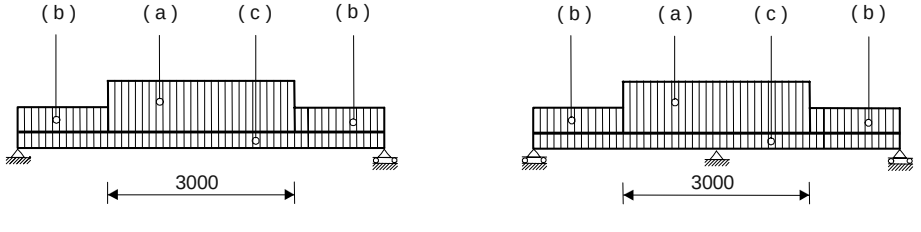
- Durante a construção – a chapa perfilada funciona como cofragem
- Em serviço – aço e betão funcionam em conjunto

A verificação aos estados limites últimos (ELU) e aos estados limites de serviço (ELS) deve ser feita de acordo com a secção 9 do EC4.

O efeito da existência de reentrâncias ou ancoragens na chapa deve ser considerado no cálculo da capacidade resistente da laje.

Cargas e efeitos a considerar durante a fase de construção

- Pesos próprios da laje de betão e da chapa perfilada
- Cargas de construção: trabalhadores; equipamentos
- Efeito de “ponding”: aumento da altura de betão devido a deformação da chapa perfilada
- Outras cargas (por ex: armazenamento de materiais, se existir)



Moment in mid-span

moment over support

(a) Concentration of construction loads 1,5 kN / m²

(b) Distributed construction load 0,75 kN / m²

(c) Self weight

Deformação

Peso próprio da chapa + peso do betão fresco: $\delta < L/180$

- Se δ < 1/10 x espessura da laje, o efeito de "ponding" pode ser ignorado
- Se for necessário considerar o efeito de "ponding": considerar um aumento da espessura nominal da laje de $0.7\,\delta$.

Valores limites recomendados:

- **L/250** carregamentos permanentes + variáveis de longa duração
- **L/300** carregamentos variáveis de longa duração
- **L/350** se as lajes suportam elementos que não permitem a sua deformação (frágeis)

A deformação da chapa perfilada devida ao seu peso próprio e ao peso do betão fresco não necessita ser considerada nestes limites

Acções a considerar no dimensionamento de lajes mistas

- Peso próprio da laje (chapa + betão)
- Outras cargas permanentes
- Reacções devidas à remoção de possíveis escoramentos
- Sobrecargas
- Fluência, retracção e assentamentos de apoio
- Vento, variações de temperatura, neve

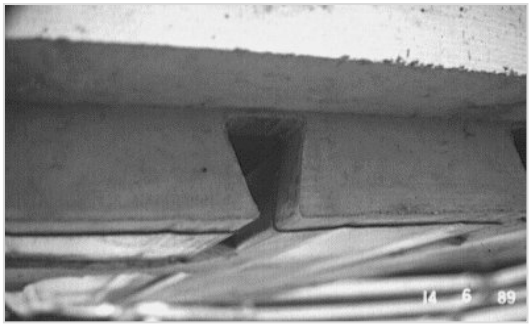
Em edifícios correntes não é em geral necessário considerar o efeito da variação de temperatura

Verificação das condições de serviço (ELS)

1. Deformações
2. Deslizamento entre a laje de betão e a chapa perfilada, junto ao apoio (“end slip”)
3. Fendilhação do betão

Deslizamento na interface aço-betão

- Vãos extremos – o deslizamento no apoio pode ter efeito significativo na deformação vertical.
- Comportamento não dúctil – o início do deslizamento no apoio pode coincidir com a rotura da conexão.
- Comportamento semi-dúctil – o deslizamento no apoio induz o aumento da deformação vertical.
- A ancoragem nos apoios pode ser necessária para prevenir o deslizamento no apoio, em condições de serviço (ELS).
- O deslizamento no apoio é considerado significativo quando é superior a 0.5 mm.
- Não é necessário ter em consideração o deslizamento no apoio, se o limite mencionado for atingido quando a solicitação aplicada é 1.2 vezes superior à solicitação de serviço.



Fendilhação do betão

- Largura de fendas em região de momento flector negativo de lajes contínuas – verificar de acordo com o EC2
- Em circunstâncias normais (meio não agressivo) – máxima largura de fendas limitada a 0.3 mm
- Largura de fenda superior a 0.3 mm – colocar armadura para controlar a fendilhação, aplicar as regras usuais a elementos estruturais de betão
- Lajes contínuas podem ser calculadas como várias lajes simplesmente apoiadas, se:
  - armadura para o controlo da fendilhação > 0.2% secção de betão localizada acima da chapa perfilada, no caso de construção não escorada
  - aumentar esta quantidade para 0.4% no caso de construção escorada

Cálculo de esforços e forças internas

Chapa perfilada, utilizada como cofragem

- Devido à esbelteza da secção transversal da chapa, deve ser considerada uma análise elástica
- Momento de inércia de valor constante - calculado considerando toda a secção transversal como eficaz

Verificação da chapa em ELU

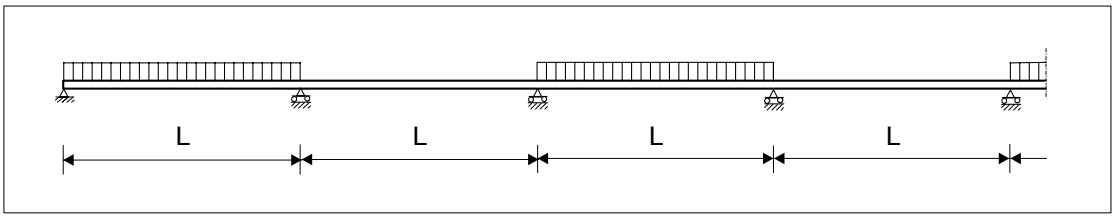
- A fase construtiva é a mais crítica
- A verificação de segurança é realizada de acordo com a parte 9.4 do *Eurocódigo 4*

$$M_{Rd} = f_{yp} \frac{W_{eff}}{\gamma_{ap}}$$

- A secção efectiva deve ter em conta efeitos de instabilidade local
- Determinar I_{eff} e W_{eff}
- Verificar o momento flector resistente da secção

Deformação da chapa em ELS

- Determinar o momento de inércia da secção efectiva
- A deformação é calculada para cargas uniformemente distribuídas, de acordo com o caso de carga mais desfavorável



k = 1.00 para vãos simplesmente apoiados;
k = 0.41 para dois vãos iguais (3 apoios);
k = 0.52 para 3 vãos iguais;
k = 0.49 para quatro vãos iguais.

$$\delta = k \frac{5}{384} pL^4 \frac{1}{EI_{eff}}$$

Cálculo de esforços e forças internas (2)

Análise de esforços em lajes mistas:

Análise linear sem redistribuição de momento flector em apoios intermédios, se os efeitos da fendilhação forem considerados explicitamente

Análise linear com redistribuição de momento flector em apoios intermédios – limitada a 30% , sem considerar explicitamente os efeitos da fendilhação

Análise rígido-plástica se as secções onde é necessária a formação de rótulas plásticas tiverem suficiente capacidade de rotação

Análise elasto-plástica, tendo em conta a não linearidade material do aço e do betão

Cálculo de esforços e forças internas (3)

Análise linear: adequada para estados limites últimos (ELU) e estados limites de serviço (ELS)

Análise plástica: adequada apenas para estados limites últimos (ELU)

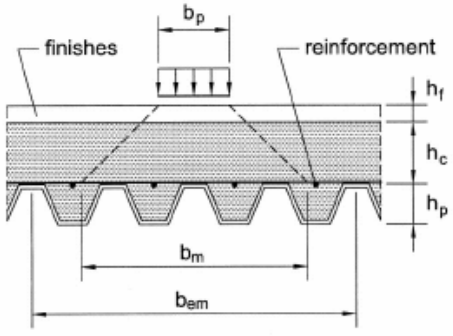
Uma laje contínua pode ser calculada como uma série de vãos simplesmente apoiados; para tal, deve ser colocada armadura nominal sobre os apoios intermédios.

Cálculo de esforços e forças internas (4)

- Cargas pontuais ou lineares distribuídas paralelamente ao vão da laje, devem ser analisadas como:

- Distribuídas ao longo de uma largura efectiva

- Prever a colocação de armadura transversal que garanta a redistribuição de cargas pontuais e lineares ao longo da largura efectiva



$b_m = b_p + 2\,(h_c + h_f)$

Se as solicitações em causa forem, em valor característico, inferiores a 7.5 kN ou 5.0 kN/m² :

- utilizar uma armadura transversal nominal não inferior a 0.2% da área da secção de betão acima das nervuras;

- a armadura colocada para outros efeitos pode suprir total ou parcialmente a quantidade referida.

Laje mista sujeita a momentos flectores positivos

Rotura de Tipo I - devida a momentos flectores positivos

- ocorre com a cedência da secção de aço traccionada ou com o esmagamento da secção de betão comprimida

- Considerar a contribuição da armadura suplementar
- Assume-se o comportamento rígido-plástico dos materiais
- Aço, betão e armaduras sujeitos à tensão de cedência
- A armadura para controlo da fendilhação e a armadura de tracção calculada para momentos flectores negativos não são consideradas no cálculo do momento flector resistente positivo
- Consideram-se duas situações, tendo em consideração a posição do eixo neutro:

- eixo neutro acima da chapa

- eixo neutro na chapa

Eixo neutro acima da chapa perfilada

- Não se considera a contribuição do betão traccionado
- Considera-se a força de tracção na chapa
- Considera-se a força de compressão na secção de betão

$$N_p = A_{pe}\frac{f_{yp}}{\gamma_{ap}}$$

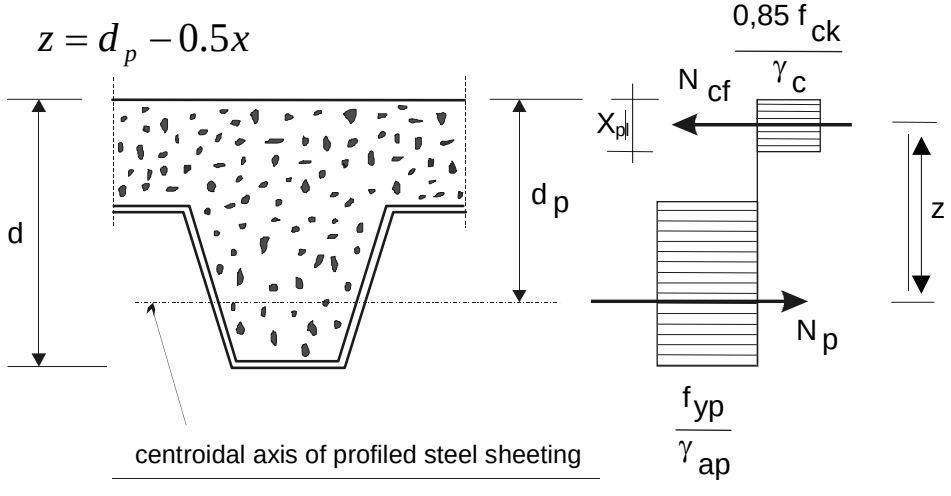
$$N_{cf} = b\,x_{pl}\,\frac{0.85\,f_{ck}}{\gamma_c}$$

$$x_{pl} = \frac{\dfrac{A_{pe}\,f_{yp}}{\gamma_{ap}}}{\dfrac{0.85\,b\,f_{ck}}{\gamma_c}}$$

$$M_{ps.Rd} = N_p\,z$$

$$M_{ps.Rd} = A_{pe}\frac{f_{yp}}{\gamma_{ap}}\left(d_p - \frac{x}{2}\right)$$

$$z = d_p - 0.5x$$



Eixo neutro ao nível da chapa perfilada

$N_{cf} = N_p$

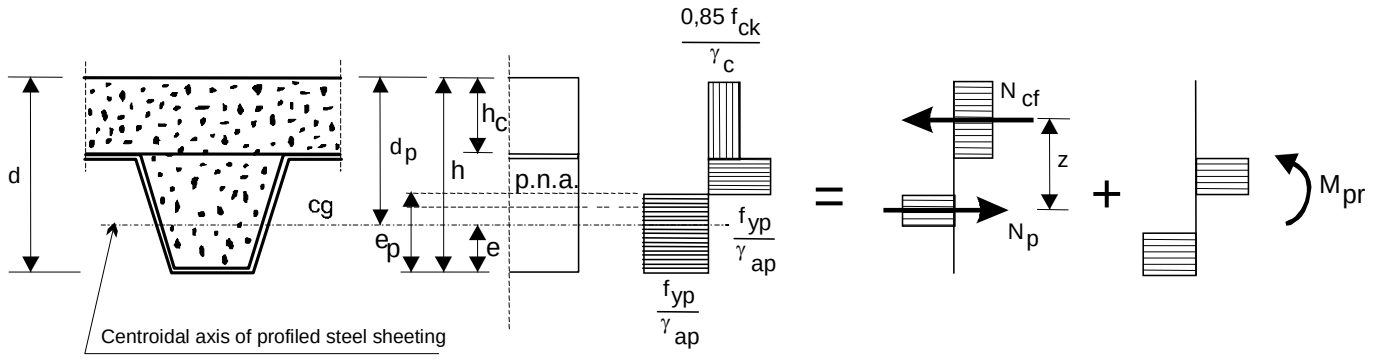
N_{cf} = resistência da secção de betão

N_p = força de tracção na chapa

z depende da forma da chapa (cálculo aproximado)

Momento = $N_{cf.}\, z$

Par de forças em equilíbrio no perfil metálico – resultam em M_{pr}, que se adiciona a $N_{cf}\, z$.



p.n.a. : plastic neutral axis

c.g. : centre of gravity

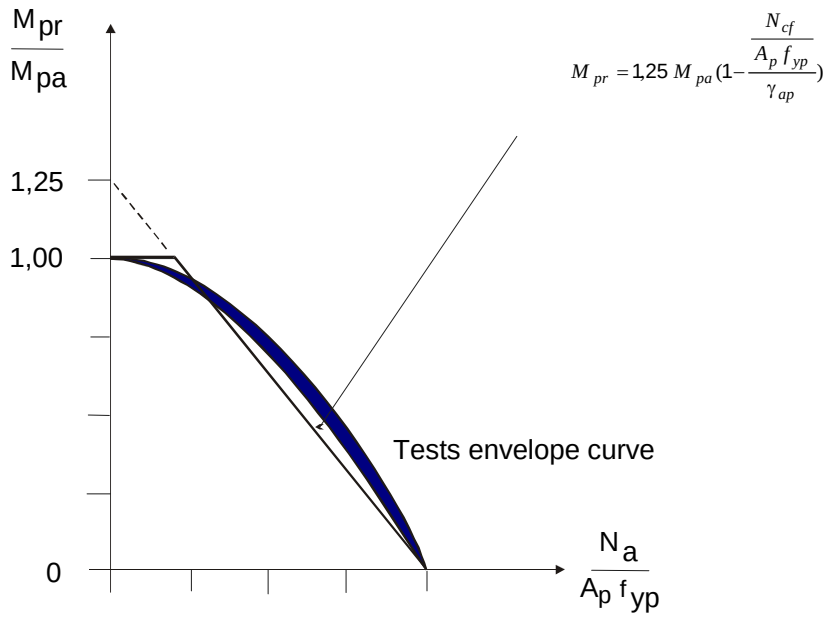
M_{pr}, momento plástico reduzido da secção de chapa perfilada

Calculado a partir de M_{pa}, momento plástico resistente da secção de chapa eficaz

$$M_{ps.Rd} = N_{cf}\, z + M_{pr}$$

$$N_{cf} = \frac{0{,}85\, f_{ck}}{\gamma_c} b h_c$$

$$z = h_t - 0{,}5 h_c - e_p + (e_p - e)\frac{N_{cf}}{\frac{A_p f_{yp}}{\gamma_{ap}}}$$



Laje mista sujeita a momentos flectores negativos

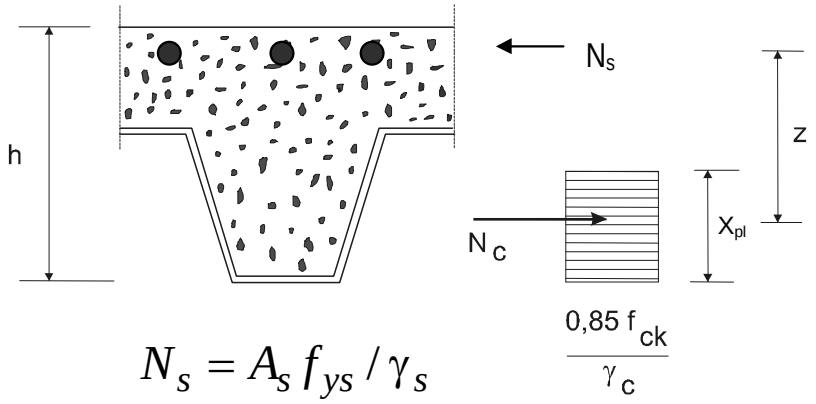
Rotura de Tipo I - devida a momentos flectores negativos

- Geralmente, o eixo neutro está localizado na altura da chapa
- A zona de chapa perfilada sujeita a tensões de compressão não é considerada no cálculo
- Não se considera a contribuição do betão traccionado
- As forças de tracção resultam apenas da armadura colocada na face superior da laje

$$x = \frac{A_s \frac{f_{ys}}{\gamma_s}}{0{,}85 b_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c}}$$

$$M_{ph.Rd} = \frac{A_s f_{ys}}{\gamma_s} z$$

$$N_c = 0{,}85 b_c \, x_{pl} \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$



$$N_s = A_s f_{ys} / \gamma_s$$

Corte longitudinal

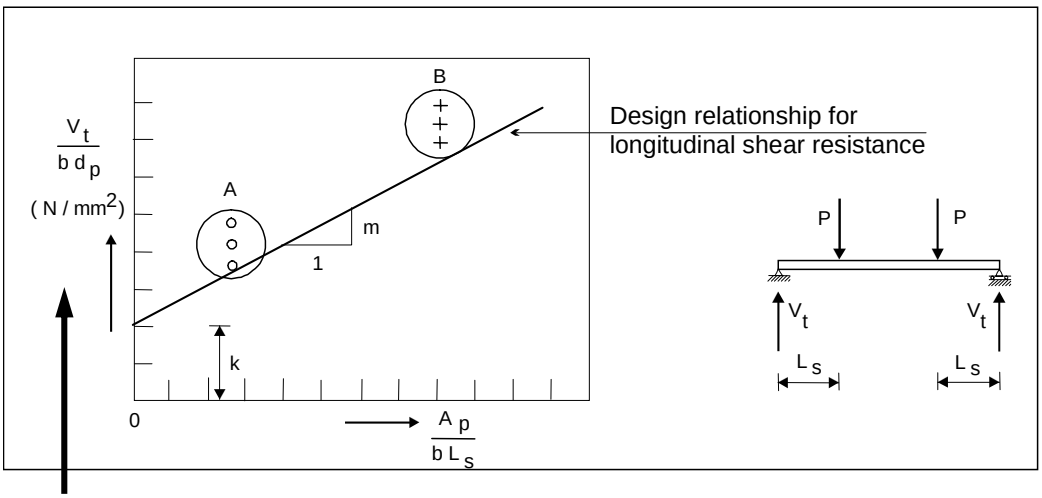
Rotura de Tipo II - devida a corte longitudinal

- Calcular a resistência média ao corte, τ_u, que se verifica ao longo do plano de corte L_s e compará-la com o esforço instalado.
- O valor da tensão de corte τ_u depende do tipo de chapa perfilada
  - deve ser calculado para cada tipo de chapa
  - este valor é função da disposição e orientação das reentrâncias da chapa nervurada e também das condições da sua superfície, etc.
- Dois métodos de cálculo de lajes mista aço-betão:

1. Método semi-empírico ou *método m-k*
   - utiliza o valor do esforço de corte vertical, V_t , para avaliar a rotura por corte longitudinal ao longo do plano de corte L_s

2. Método da interacção parcial

Método m-k



A recta *m-k* é determinada a partir dos resultados obtidos em seis modelos de laje mista testados experimentalmente. Os 6 modelos são divididos em dois grupos com vãos diferentes.

Parâmetro que depende do esforço de corte vertical V_t (incluindo o peso próprio da laje).

Parâmetro adimensional: representa uma relação entre a área da secção transversal da chapa nervurada e a área de corte longitudinal.

É estabelecida uma relação directa com a resistência ao corte longitudinal da chapa nervurada.

Método m-k

$$V_{L.Rd} = b.d_p\left(m\frac{A_p}{bL_s} + k\right)\frac{1}{\gamma_{VS}}$$

k - ordenada na origem

m - inclinação da recta *m-k*

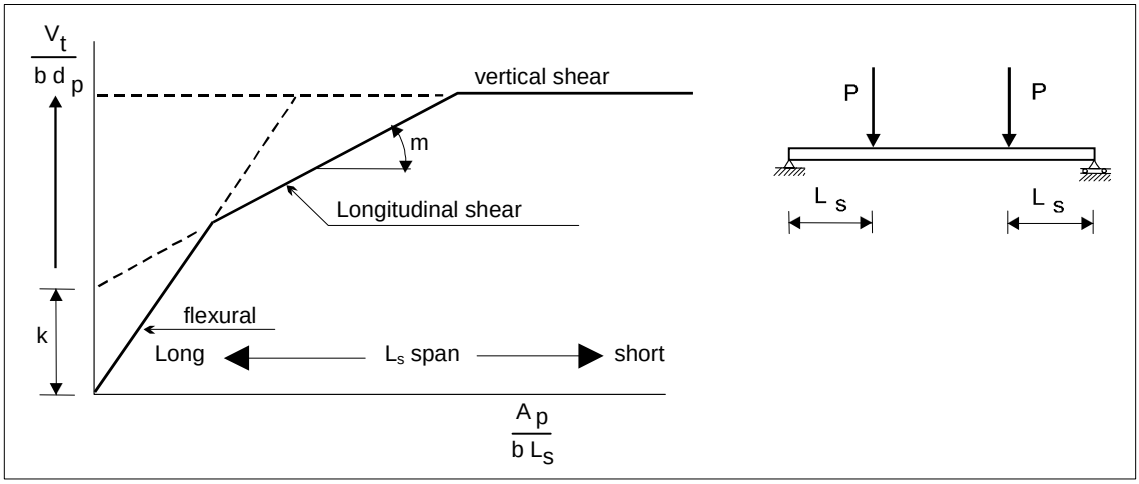
γ_{VS} - coeficiente de segurança parcial (igual a 1.25)

L_s - depende do tipo de carregamento

- para uma carga uniformemente distribuída ao longo do vão *L* de uma laje simplesmente apoiada, $L_s = L/4$
- quando a laje é dimensionada como contínua, considera-se um vão equivalente que corresponde à distância entre pontos de inflexão (0.8 L para vão intermédios e 0.9 L para vãos extremos)

Método m-k

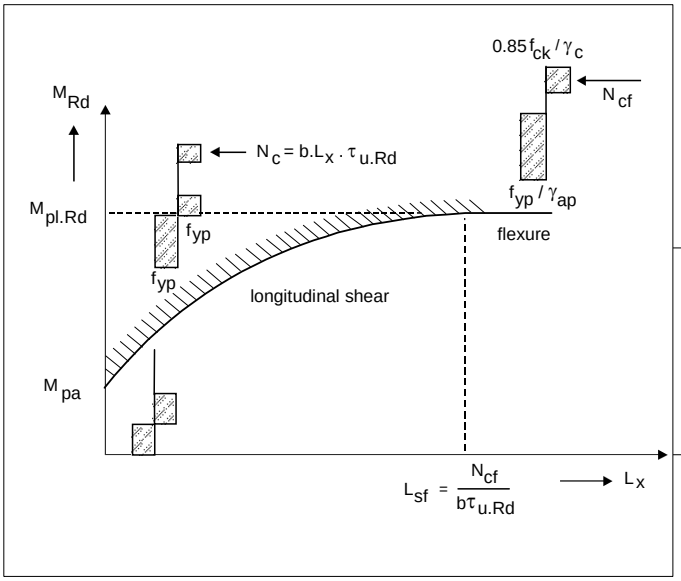
A rotura por corte longitudinal só é válida entre certos limites. Dependendo da grandeza do vão, o modo de rotura pode ser por flexão, corte longitudinal ou corte vertical.



A resistência ao corte longitudinal pode ser melhorada aumentando a conexão entre a chapa nervurada e a secção de betão, o que pode ser conseguido colocando conectores metálicos ou prevendo a existência de deformações da chapa nervurada, nas zonas dos apoios.

Método da interacção parcial

- Método alternativo para a verificação da resistência ao corte longitudinal
- Apenas aplicável a lajes mistas com comportamento dúctil
- Baseado no valor da tensão resistente ao corte longitudinal, $\tau_{u.Rd}$, actuante na interface entre as secções de aço e betão



O valor de τ_u é dado pelo fabricante de chapa nervurada para laje mista ou resulta de ensaios standard realizados em lajes mistas de tipo idêntico.

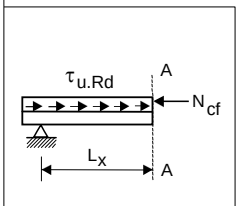
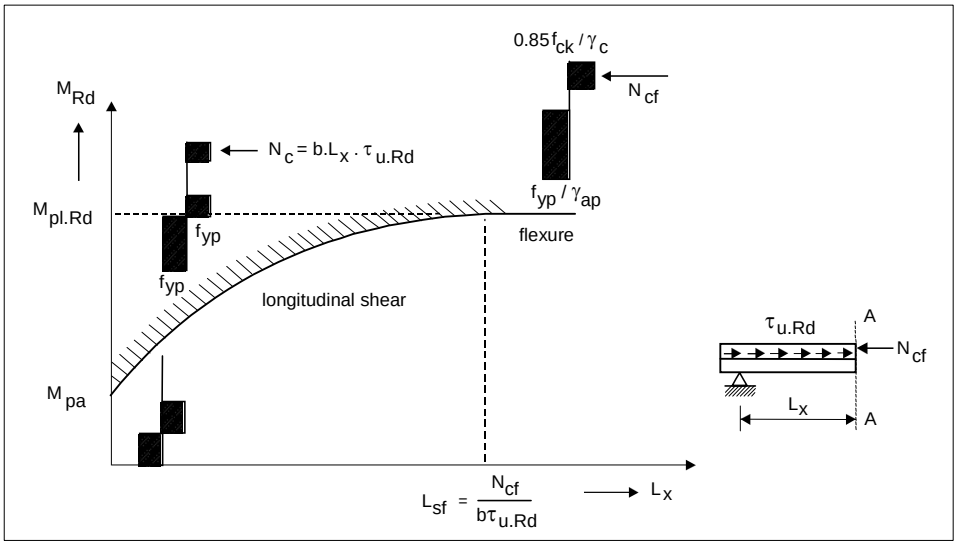


Diagrama de interacção parcial: a resistência à flexão M_{Rd} de uma secção posicionada à distância L_x do apoio mais próximo é representada em função dessa distância.

Método da interacção parcial

Sem conexão ($L_x = 0$): a secção de aço proporciona a capacidade resistente da secção, M_{pa}

Conexão total: Momento flector resistente $M_{pl.Rd}$

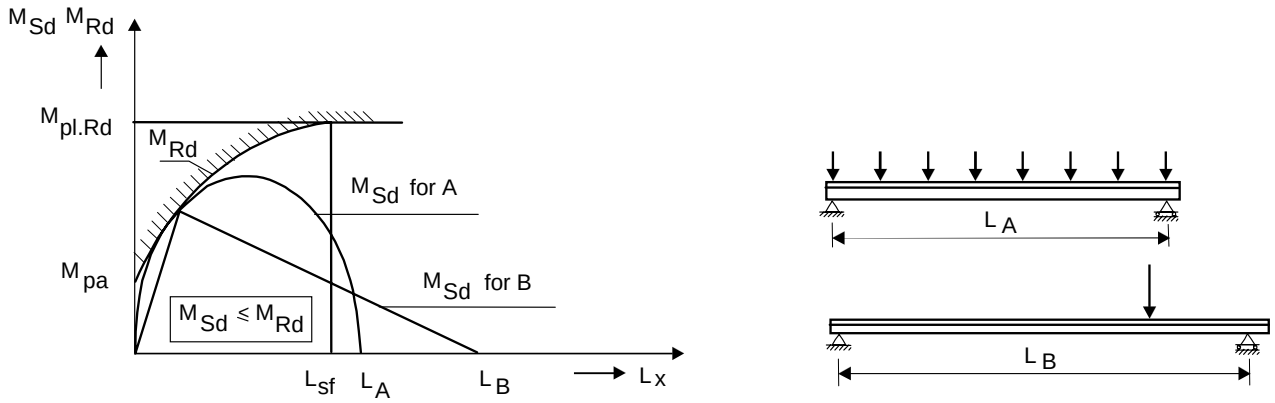


Interacção total:

$$L_{sf} = \frac{N_{cf}}{b.\tau_{u.Rd}} \qquad N_{cf} = \min\left(\frac{0{,}85\, f_{ck} b h_c}{\gamma_c}; \frac{A_p f_{yp}}{\gamma_{ap}}\right)$$

Procedimento de verificação

1. Desenhar o diagrama de momento resistente
2. Representar o momento flector actuante no mesmo sistema de eixos
3. Para qualquer secção transversal do vão, o momento flector actuante, M_{Sd}, não pode ser superior ao momento flector resistente, M_{Rd}

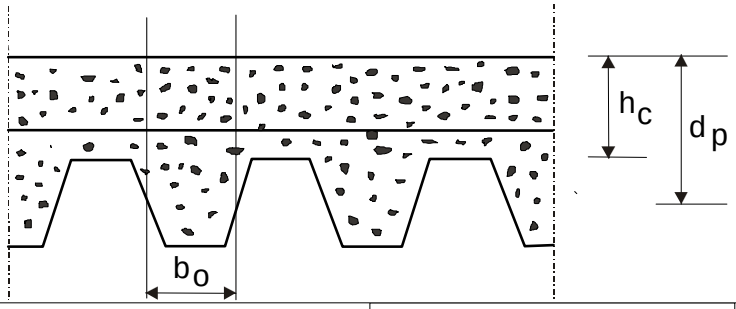


Resistência ao corte vertical

***Rotura de Tipo III* – resistência ao corte vertical**

- Crítica quando a chapa nervura tem reentrâncias eficazes (para prevenir uma rotura de Tipo II)
- Caracterizada por corte do betão e fendilhação oblíqua

$$V_{v.Rd} = b_o d_p k_1 k_2 \tau_{Rd}$$



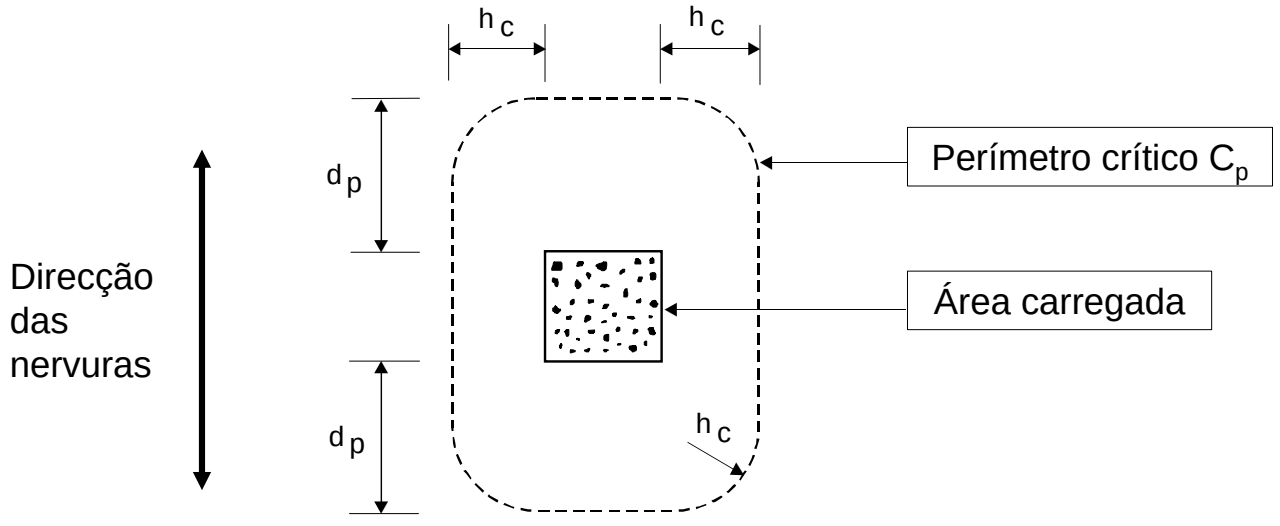
$k_1 = (1{,}6 - d_p) \geq 1$

$k_2 = 1{,}2 + 40\rho$

$\rho = A_p / b_o d_p < 0{,}02$

b_o - largura média das nervuras de betão
d_p – distância do centro de gravidade da chapa perfilada à fibra superior da laje de betão
τ_{Rd} - resistência ao corte do betão = 0.25 f_{ctk}/γ_c
f_{ctk} = 0.7 x f_{ctm}
A_p - área efectiva da secção de aço traccionada

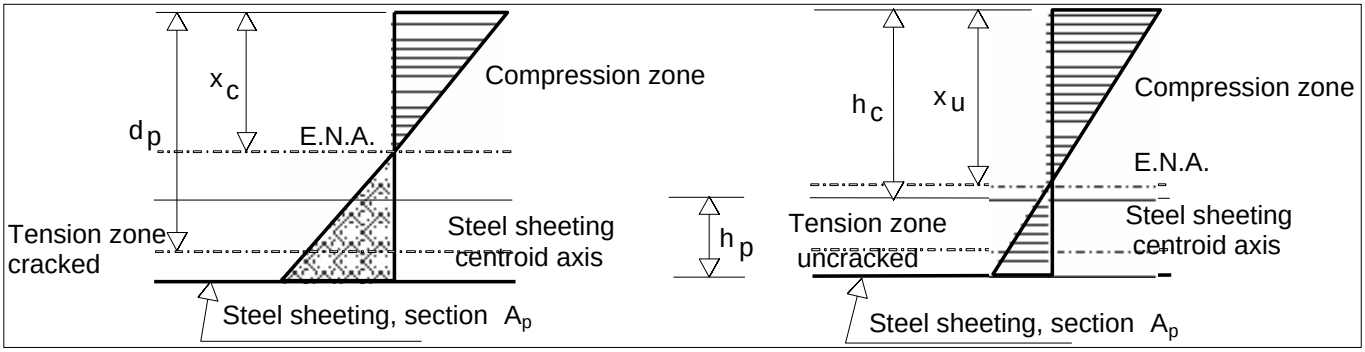
Resistência ao punçoamento



$$V_{p.Rd} = C_p h_c k_1 k_2 \tau_{Rd}$$

d_p – distância do centro de gravidade da chapa perfilada à fibra superior da laje de betão
h_c – altura da laje de betão acima da chapa perfilada

Verificação dos ELS



$$I_{cc} = \frac{bx_c^3}{12n} + \frac{bx_c(\frac{x_c}{2})^2}{n} + A_p(d_p - x_c)^2 + I_p$$

$$I_{cu} = \frac{bh_c^3}{12n} + \frac{bh_c(x_u - \frac{h_c}{2})^2}{n} + \frac{b_m.h_p^3}{12n} + \frac{b_m.h_p}{n}(h_t - x_u - \frac{h_p}{2})^2 + A_p(d_p - x_u)^2 + I_p$$

$$n = \frac{E_a}{E'_{cm}} = \frac{E_a}{\frac{1}{2}(E_{cm} + \frac{E_{cm}}{3})}$$

Nos vãos internos de lajes contínuas, deve considerar-se:

- a média dos momentos de inércia calculados para secção fissurada e secção não fissurada
- a média dos módulos de elasticidade do betão, calculados para carregamentos de curta e longa duração

Controlo da Fendilhação

Armadura para controlo da fendilhação por retracção do betão (EC4 - 7.4.2):

$$A_s = \frac{k_s \cdot k_c \cdot k \cdot f_{ct,ef} \cdot A_{ct}}{\sigma_s}$$

k_s – factor que permite ter em conta a redução do esforço axial na laje de betão, devido a fendilhação inicial e a deslizamentos na interface chapa-betão (= 0.9)

k – factor que permite ter em conta a distribuição não uniforme de tensões na secção transversal (= 0.8)

k_c – factor que permite ter em conta a distribuição de tensões na secção transversal imediatamente antes da formação das primeiras fendas

$$k_c = \frac{1}{1 + h_c / 2\,z_0} + 0.3 \le 1.0$$

h_c – espessura da laje de betão (sem nervuras)

z_0 – distância entre os centros de gravidade da secção da laje de betão (sem nervuras) e da secção mista (ambas não fendilhadas)

σ_s – máxima tensão admissível nas armaduras, após a formação de fendas (pode considerar-se igual a f_{yk})

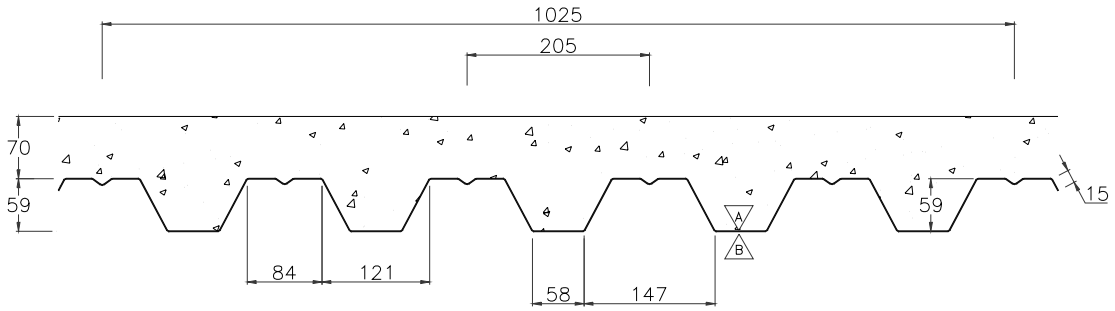
A_{ct} – área da secção traccionada, imediatamente antes da formação da primeira fenda. Simplificadamente pode considerar-se igual à área da secção de betão.

Exemplo de aplicação

Dimensionar uma laje mista contínua, com 2 vãos de 3.0 m cada.

A laje tem espessura total de 129 mm. O betão utilizado é da classe C30/37. A armadura da laje de betão é realizada com rede electrossoldada.

A secção transversal da laje está representada na figura.



Exemplo de aplicação

Materiais

Betão C30/37: f_{ck} = 30 MPa ; E_{cm} = 33 GPa ; f_{ctm} = 2.9 MPa

Rede electrossoldada S500: f_{sk} = 500 MPa

Chapa nervurada: f_{pk} = 320 MPa

Características da chapa (Haircol 59 S)

Altura: h_p = 60 mm

Espessura: t = 0.75 mm

Área: A_p = 10.39 cm²/m

Centro de gravidade (dist. inf.): e = 3.24 cm

Momento de inércia: I_p = 55.15 cm⁴/m

Momento resistente (positivo): $M^+_{pl,Rd}$ = 5.45 kNm/m

Momento resistente (negativo): $M^-_{pl,Rd}$ = 6.63 kNm/m

Rede electrossoldada (malha ϕ5//0.10 + ϕ5//0.20):

Área longitudinal: A_s = 1.96 cm²/m

Área transversal : A_s = 0.98 cm²/m

Exemplo de aplicação

Carregamentos

Peso da chapa:	**0.0862 kN/m²**
Peso próprio da laje (G1):	**2.37 kN/m²**
Revestimentos (G2):	**1.0 kN/m²**
Sobrecarga (Q):	**3.0 kN/m²**
Cargas de construção:	**1.5 kN/m²**

Combinações de acções – fase de betonagem

1.35 G1 + 1.5 Q = 1.35 x 2.37 + 1.5 x 1.5 = 5.45 kN/m²

(carregamento total nos dois tramos)

Considerando o momento negativo sobre o apoio central:

M^- = - 5.45 x 3^2 / 8 = -6.13 kNm/m

(6.13 < 6.63 kNm Ok!)

E o correspondente momento flector positivo no vão:

M^+ = 3.45 kNm/m

(3.45 < 5.45 kNm Ok!)

Exemplo de aplicação

Combinações de acções – após endurecimento do betão

1.35 (G1 + G2) + 1.5 Q = 9.05 kN/m²

(carregamento total nos dois tramos para obter momento máximo negativo sobre o apoio)

Considerando o momento negativo sobre o apoio central:

M^-= - 9.05 x 3^2 / 8 = -10.18 kNm/m

E o correspondente momento flector positivo no vão:

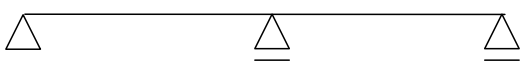
M^+ = 5.73 kNm/m

Logo, é possível fazer redistribuição do momento negativo máximo:

Redistribuição de momento flector negativo → 30%

M^- = - 0.7 x 10.18 = -7.13 kNm/m

E o correspondente momento flector positivo no vão: M^+= 6.93 kNm/m



Exemplo de aplicação

ELU – Momento flector resistente <u>positivo</u>

$N_{cf} = b.\ h_c\ .\ 0.85\ .\ f_{ck} / \gamma_c = 1.0 \times 0.07 \times 0.85 \times 30 \times 10^3 / 1.5 = 1190$ kN

$N_p = A_p\ .\ f_p / \gamma_p = 10.39 \times 10^{-4} \times 320 \times 10^3 / 1.0 = 332.5$ kN

Como $N_{cf} > N_p$, o eixo neutro está posicionado acima da chapa nervurada,

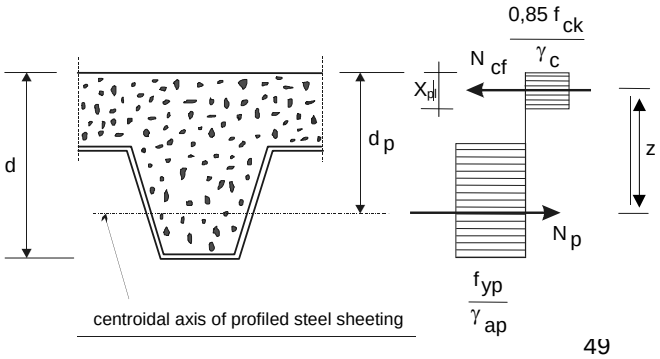
Então $N_c = N_p$

$(1.0 \times 0.85 \times 30 \times 10^3 / 1.5)\ X_{pl} = 332.5$

$X_{pl} = 0.01956$ m

$M^+_{Rd} = 332.5 \times (0.129 - 0.0324 - 0.01956/2) = 28.87$ kNm/m

Verificação: $M_{Sd} < M_{Rd}$ Ok!



Exemplo de aplicação

ELU – Momento flector resistente - <u>negativo</u>

Supondo que a armadura está posicionada a 25 mm da face superior da laje.

Desprezamos a contribuição da chapa nervurada para o cálculo do momento flector resistente.

Considera-se que o eixo neutro está posicionado na nervura.

$N_s = A_s\ .\ f_{sy} / \gamma_s = 1.96 \times 10^{-4} \times 500 \times 10^3 / 1.15 = 85.37$ kN

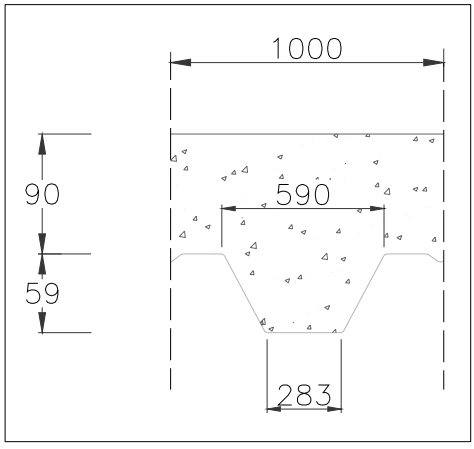
$N_c = N_s$

Secção equivalente (faixa de laje com 1m de largura):

Área de betão comprimida (corresponde à área de um trapézio):

$0.283\ X' + (0.590 - 0.283) / 0.059\ .\ X'\ .\ X'$

$= 0.283\ X' + 5.203\ X'^2$



$85.37 = (0.85 \times 30 \times 10^3 / 1.5)\ .\ (0.283\ X' + 5.203\ X'^2)$

$X' = 0.0141$ m

$M^-_{Rd} = 85.37 \times (0.129 - 0.025 - 0.00732) = 8.25$ kNm

Verificação: $M_{Sd} < M_{Rd}$ Ok!

Exemplo de aplicação

Esforço transverso: $V_d = 15.95$ kN/m ; $V_e = 11.2$ kN/m

ELU – Esforço transverso resistente

$V_{v,Rd} = b_0\, d_p\, k_1\, k_2\, \tau_{Rd}$

$\tau_{Rd} = 0.25\, f_{ctk}/\gamma_c = 0.25 \times 0.7\, f_{ctm} / 1.5 = 0.25 \times 2.0 \times 1000 / 1.5 = 338$ kPa

$k_1 = 1.6 - d_p$ (>1)

$d_p = 0.129 - 0.0324 = 0.0966$ m

$k_1 = 1.6 - 0.0966 = 1.5$

$k_2 = 1.2 + 40\,\rho$ $[\rho = A_p / (b_0 \,.\, d_p)]$

$b_0 = 0.44$ m $= (0.058 + 0.121)/2/0.205$

Sobre os apoios intermédios : $A_p = 0$ $\Rightarrow$ $k_2 = 1.2$

No vão e sobre os apoios extremos :

$\rho = 10.39 \times 10^{-4} / (0.44 \times 0.0966) = 0.02444$ (>0.02) $\Rightarrow$ $k_2 = 2.0$

Sobre os apoios intermédios : $V_{v,Rd} = 0.44 \times 0.0966 \times 1.5 \times 1.2 \times 338$ = 25.86 kN/m

No vão e sobre os apoios extremos : $V_{v,Rd} = 0.44 \times 0.0966 \times 1.5 \times 2.0 \times 338$ = 43.10 kN/m

Exemplo de aplicação

Sobre os apoios intermédios : $V_{Sd} = 15.95$ kN/m < $V_{v,Rd}$ Ok!

No vão e sobre os apoios extremos : $V_{Sd} = 11.2$ kN/m < $V_{v,Rd}$ Ok!

ELU – Corte longitudinal

$V_{L,Rd} = b\, d_p\, [\, m \,.\, A_p / (b \,.\, L_s) + k\,]\,.\, 1/\gamma_s$

$L_s = L / 4 \times 0.9 = 0.675$ m

$d_p = 0.13 - 0.0324 = 0.0976$ m

Haircol 59 S : m = 2004 (daN ; cm) (carregamentos estáticos)

k = 0.05 (daN ; cm)

$V_{L,Rd} = 100 \times 9.76 \times [2004 \times 10.39 / (100 \times 67.5) + 0.05] / 1.25 =$

2447.6 daN/cm = 2447.6 kN/m (>11.2 kN/m Ok!)

Exemplo de aplicação

ELS – Deformação vertical

Não é necessário considerar a deformação da chapa nervurada correspondente ao seu peso próprio e ao peso do betão fresco.

A verificação da deformação é realizada para as seguintes cargas:

- **Carga permanente após a construção: G_2 = 1.0 kN/m² (carga nos dois tramos)**

δ (G_2) = 0.41 . 5 p L^4 / (384 EI_m)

- **Sobrecarga: Q = 3.0 kN/m² (carga apenas num dos tramos)**

δ (Q) = 0.07 p L^4 / EI_m

$$n = \frac{E_a}{\frac{1}{2}\left(E_{cm} + \frac{E_{cm}}{3}\right)} = \frac{E_a}{\frac{2}{3}E_{cm}}$$

***n* = 9.55**

Exemplo de aplicação

ELS – Deformação vertical

δ (G_2) = 0.41 x 5 x 1 x 3^4 / (384 x 33 x 10^6 I_m) = 1.31 x 10^{-8} / I_m

δ (Q) = 0.07 x 3 x 3^4 / (33 x 10^6 I_m) = 5.15 x 10^{-7} / I_m

Secção fendilhada (homogeneizando em betão):

- Posição do eixo neutro (fazendo a igualdade de momentos estáticos da secção de betão comprimida e da secção de aço traccionada em relação à posição do eixo neutro:

b . X . X/2 = A_p . n . (d_p – X)

X^2/2 = 10.39 x 10^{-4} x 9.55 x (0.129 – 0.0324 – X)

X = 0.0350 m

- Inércia:

I_{cc} = b . X^3/3 + I_p . n + A_p . n . (d_p – X)²

I_{cc} = 1 x 0.0350^3/3 + 55.15 x 10^{-8} x 9.55 + 10.39 x 10^{-4} x 9.55 x $(0.0966 – 0.0350)^2$

I_{cc} = 5.721 x 10^{-5} m^4

Exemplo de aplicação

Secção não fendilhada (homogeneizando em betão):

- Posição do eixo neutro (em relação à fibra superior da laje):

$$y = \sum (A_i \cdot y_i) / \sum A_i = b \cdot h_c \cdot h_c/2 + b_0 \cdot h_p \cdot (h - Z) + A_p \cdot n \cdot d_p$$

$$y = [1.0 \times 0.07^2/2 + 0.44 \times 0.059 \times (0.129 - 0.059/2) + 10.39 \times 10^{-4} \times 9.55 \times (0.129 - 0.0324)] / (1.0 \times 0.07 + 0.44 \times 0.059 + 10.39 \times 10^{-4} \times 9.55)$$

$$y = 0.0566 \text{ m}$$

- Inércia:

$$I_{cu} = b \cdot h_c^3/12 + b \cdot h_c \cdot (h_c/2 - y)^2 + b_0 \cdot h_p^3/12 + b_0 \cdot h_p \cdot (h - y - h_p/2)^2$$

$$+ I_p \cdot n + A_p \cdot n \cdot (d_p - y)^2$$

$$I_{cu} = 1 \times 0.07^3/12 + 1 \times 0.07 \times (0.07/2 - 0.0566)^2$$

$$+ 0.44 \times 0.059^3 / 12 + 0.44 \times 0.059 \times (0.129 - 0.0566 - 0.059/2)^2$$

$$+ 55.15 \times 10^{-8} \times 9.55 + 10.39 \times 10^{-4} \times 9.55 \times (0.129 - 0.0566 - 0.0324)^2$$

$$I_{cu} = 1.377 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

Exemplo de aplicação

$$I_m = (I_{cc} + I_{cu}) / 2 = (5.721 \times 10^{-5} + 1.377 \times 10^{-4}) / 2 = 9.749 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$\delta (G_2) = 0.41 \times 5 \times 1 \times 3^4 / (384 \times 33 \times 10^6 \times 9.746 \times 10^{-4}) = 1.34 \times 10^{-5} \text{ m} = 0.0134 \text{ mm}$$

$$\delta (Q) = 0.07 \times 3 \times 3^4 / (33 \times 10^6 \times 9.497 \times 10^{-4}) = 5.29 \times 10^{-4} \text{ m} = 0.529 \text{ mm}$$

Flecha Total = 0.0134 + 0.529 = 0.542 mm

EC4: limite da flecha em serviço = L / 250 = 3/250 = 0.012 m = 12 mm

Exemplo de aplicação

Armadura para controlo da fendilhação:

$$A_s = \frac{k_s \cdot k_c \cdot k \cdot f_{ct,ef} \cdot A_{ct}}{\sigma_s}$$

k_s = 0.9

k = 0.8

k_c = 1 / [1 + 0.07 / (2 x (0.056 – 0.035))] + 0.3 = 0.675

σ_s = f_{yk} = 500 MPa

$A_{ct,l}$ = 1.0 x 0.07 + 0.44 x 0.059 = 0.096 m^2 (longitudinalmente)

$A_{ct,t}$ = 1.0 x 0.07 = 0.07 m^2 (transversalmente)

$f_{ct,eff}$ = f_{ctm} = 2.9 MPa

(considerando que o carregamento é efectuado aos 28 dias)

$A_{s,l}$ = 0.9 x 0.675 x 0.8 x 2.9 x 10^3 x 0.096 / (500 x 10^3) = 2.71 cm^2/m (> 1.96 cm^2/m)

$A_{s,t}$ = 0.9 x 0.675 x 0.8 x 2.9 x 10^3 x 0.070 / (500 x 10^3) = 1.97 cm^2/m (> 0.98 cm^2/m)

é necessário colocar mais armadura nas duas direcções!