



## Exemplos Ligações

**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil**

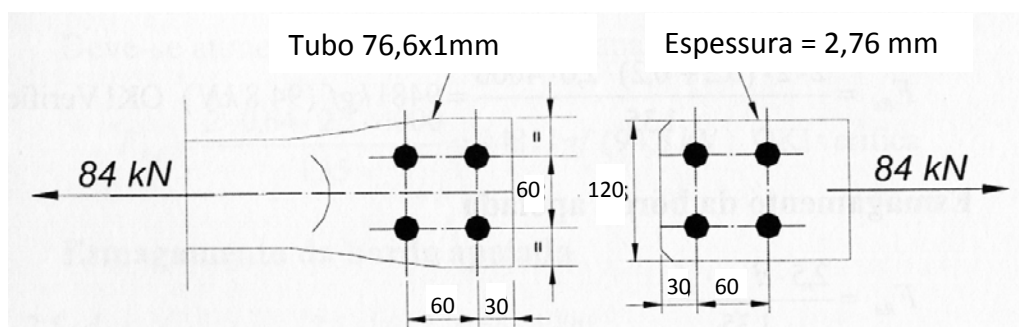
**PGECIV - Mestrado Acadêmico**

**Faculdade de Engenharia – FEN/UERJ**

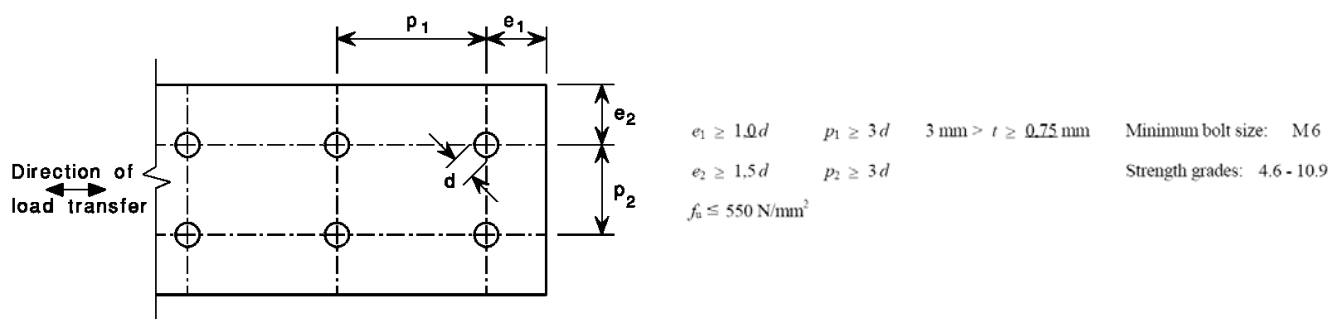
**Disciplina: Projeto de Elementos Estruturais em Chapa Dobrada**

**Professor: Luciano Rodrigues Ornelas de Lima**

Exemplo 1 – Verificar a ligação entre a barra de treliça espacial e sua chapa de nó considerando que a ligação é feita por parafusos, porcas e arruelas M16 classe 4.6.



Disposições construtivas:



- Distância entre furos direção da carga:  $p_1 \geq 3d \rightarrow 60 \geq 3 \cdot 18 = 54 \rightarrow \text{OK}$
- Distância entre furos perpendicular a carga:  $p_2 \geq 3d \rightarrow 60 \geq 3 \cdot 18 = 54 \rightarrow \text{OK}$
- Distância furo borda direção da carga:  $e_1 \geq 1,0d \rightarrow 25 \geq 18 \rightarrow \text{OK}$
- Distância furo borda perpendicular a carga:  $e_2 \geq 1,5d \rightarrow 25 \geq 1,5 \cdot 16 = 24 \rightarrow \text{OK}$

Esmagamento da Chapa

$$F_{b,Rd} = 2,5 \cdot \alpha_b \cdot k_t \cdot f_u \cdot d \cdot t / \gamma_{M2} \text{ onde } \alpha_b = \text{mínimo}(1,0 ; e_1 / 3d)$$

$$k_t = (0,8 \cdot t + 1,5) / 2,5 \text{ se } 0,75\text{mm} \leq t \leq 1,25\text{mm}$$

$$k_t = 1,0 \text{ se } t > 1,25\text{mm}$$

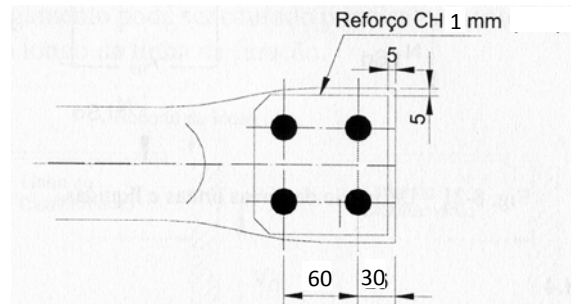
$$\alpha_b = \text{mínimo}(1,0 ; 30 / 3 \cdot 18) = \text{mínimo}(1,0 ; 0,55) = 0,55$$

$$k_t = 1,0 \text{ pois } t > 1,25\text{mm}$$

$$F_{b,Rd} = 2,5 \cdot 0,55 \cdot 1,0 \cdot 0,400 \cdot 16 \cdot 2,0 / 1,25 = 14,08 \text{ kN} \times 4 \text{ parafusos} = 56,32\text{kN (não passa)}$$

Usar chapa de 1,0mm como reforço:

$$F_{b,Rd} = 2,5 \cdot 0,55 \cdot 1,0 \cdot 0,400 \cdot 16 \cdot 2,76 / 1,25 = 19,43 \text{ kN} \times 4 \text{ parafusos} = 77,72 \text{ kN (não passa)}$$



Trocar chapa de 2,76mm por chapa de 3mm:

$$F_{b,Rd} = 2,5 \cdot 0,55 \cdot 1,0 \cdot 0,400 \cdot 16 \cdot 3 / 1,25 = 21,12 \text{ kN} \times 4 \text{ parafusos} = 84,48 \text{ kN (OK!)}$$

Ruptura da Área Líquida

$$F_{n,Rd} = (1 + 3 \cdot r \cdot (d_0 / u - 0,3)) A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2} \text{ mas } F_{n,Rd} \leq A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2}$$

$r = [\text{número parafusos na seção} / \text{número total de parafusos na ligação}]$

$$u = 2e_2 \text{ mas } u \leq p_2$$

$$r = [2 / 4] = 0,5$$

$$u = 2e_2 = 2 \cdot 25 = 50 \text{ mm} < p_2 \text{ (OK!)}$$

$$F_{n,Rd} = (1 + 3 \cdot 0,5 \cdot (18 / 50 - 0,3)) \cdot (120 \cdot 3 - 2 \cdot 18) \cdot 0,400 / 1,25 = 113,0 \text{ kN} > A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2} \text{ (não OK!)}$$

$$F_{n,Rd} = A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2} = (120 \cdot 3 - 2 \cdot 18) \cdot 0,400 / 1,25 = 103,68 \text{ kN (OK!)}$$

Plastificação da Área Bruta

$$F_{pl} = A_g \cdot f_y / \gamma_{M0} = 120 \cdot 3 \cdot 0,250 / 1,00 = 90 \text{ kN (controla - OK!)}$$

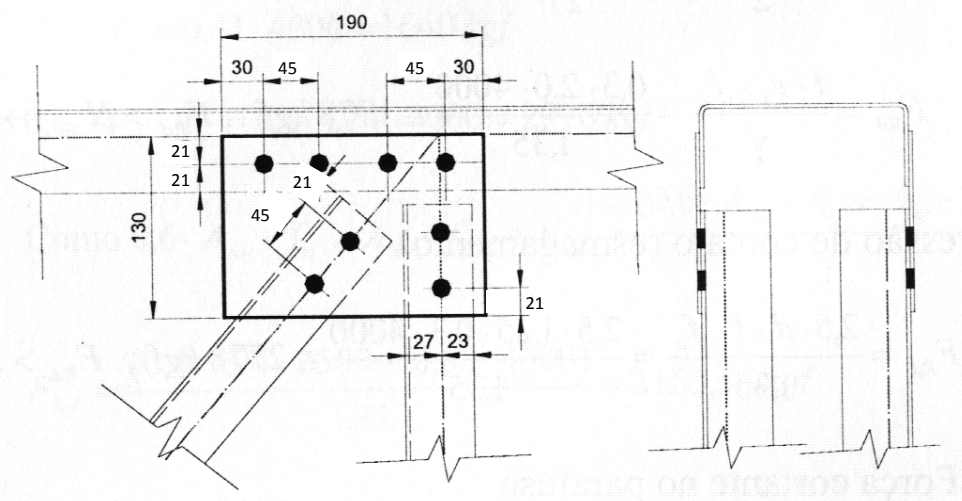
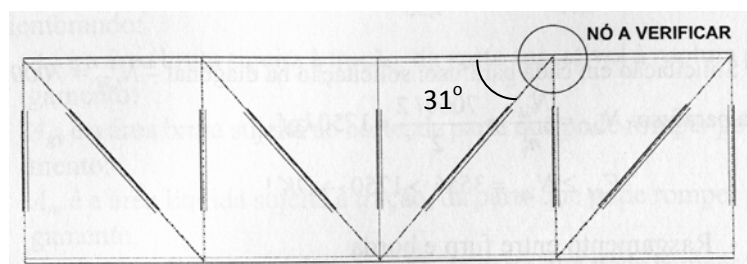
Resistência ao Corte de um parafuso

$$\text{Grades 4.6, 5.6 e 8.8: } F_{v,Rd} = 0,6 \cdot f_{ub} \cdot A_s / \gamma_{M2}$$

$$\text{Grades 4.8, 5.8, 6.8 e 10.9: } F_{v,Rd} = 0,5 \cdot f_{ub} \cdot A_s / \gamma_{M2}$$

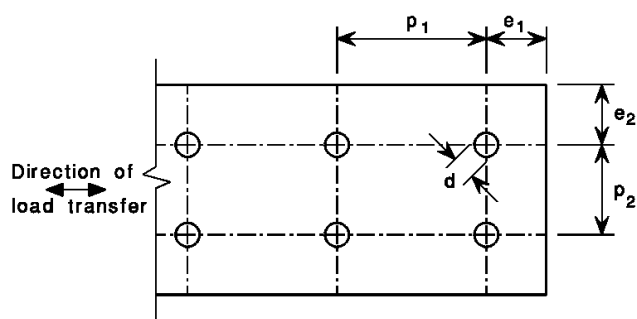
$$F_{v,Rd} = 0,6 \cdot 0,800 \cdot 201 / 1,25 = 77,2 \text{ kN} \times 4 \text{ parafusos} = 308,83 \text{ kN (OK!)}$$

Exemplo 2 – A treliça abaixo tem as ligações das diagonais e montantes aparafusadas. Verificar as condições de segurança da ligação da diagonal-gousset-banzo do nó assinalado considerando-se um esforço de projeto  $N_{sd} = 15\text{kN}$  aplicado em cada diagonal. O aço dos perfis e das chapas é MR-250 ( $f_y = 250\text{MPa}$  e  $f_u = 400\text{MPa}$ ). Os parafusos são M12 classe 8.8. Propriedades geométricas (em mm) dos perfis e chapas utilizados: banzo U150x60x2,75, diagonais e montantes 2L50x2,75 (isoladas entre si) e chapa de gousset 190x130x2,75.



Verificação da Geometria da Ligação:

Furação padrão:  $d=12,5\text{mm} \rightarrow d_0$  (diâmetro do furo) = 14mm



$e_1 \geq 1,0d$   $p_1 \geq 3d$   $3\text{ mm} > t \geq 0,75\text{ mm}$  Minimum bolt size: M6  
 $e_2 \geq 1,5d$   $p_2 \geq 3d$  Strength grades: 4.6 - 10.9  
 $f_u \leq 550\text{ N/mm}^2$

- Distância entre furos direção da carga:  $p_1 \geq 3d \rightarrow 45 \geq 3 \cdot 14 = 42 \rightarrow \text{OK}$
- Distância entre furos perpendicular a carga:  $p_2 \geq 3d \rightarrow 45 \geq 3 \cdot 14 = 42 \rightarrow \text{OK}$
- Distância furo borda direção da carga:  $e_1 \geq 1,0d \rightarrow 30 \geq 14 \rightarrow \text{OK}$
- Distância furo borda perpendicular a carga:  $e_2 \geq 1,5d \rightarrow 21 \geq 1,5 \cdot 14 = 21 \rightarrow \text{OK}$

## Verificação da Ligação Diagonal x Chapa de Gousset

### Esmagamento da Chapa

$$F_{b,Rd} = 2,5 \cdot \alpha_b \cdot k_t \cdot f_u \cdot d \cdot t / \gamma_{M2} \text{ onde } \alpha_b = \text{mínimo}(1,0 ; e_1 / 3d)$$

$$k_t = (0,8 \cdot t + 1,5) / 2,5 \text{ se } 0,75\text{mm} \leq t \leq 1,25\text{mm}$$

$$k_t = 1,0 \text{ se } t > 1,25\text{mm}$$

$$\alpha_b = \text{mínimo}(1,0 ; 21 / 3 \cdot 14) = \text{mínimo}(1,0 ; 0,50) = 0,50$$

$$k_t = 1,0 \text{ pois } t > 1,25\text{mm}$$

$$F_{b,Rd} = 2,5 \cdot 0,50 \cdot 1,0 \cdot 0,400 \cdot 14 \cdot 2,75 / 1,25 = 19,25 \text{ kN} \times 2 \text{ parafusos} = 38,5 \text{ kN (OK!)}$$

### Resistência ao Corte de um Parafuso

$$\text{Grades 4.6, 5.6 e 8.8: } F_{v,Rd} = 0,6 \cdot f_{ub} \cdot A_s / \gamma_{M2} = 0,6 \cdot 0,800 \cdot 123 / 1,25 = 47,23\text{kN por parafuso (OK!)}$$

### Ruptura da Área Líquida

$$F_{n,Rd} = (1 + 3 \cdot r \cdot (d_0 / u - 0,3)) \cdot A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2} \text{ mas } F_{n,Rd} \leq A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2}$$

$$r = [\text{número parafusos na seção} / \text{número total de parafusos na ligação}]$$

$$u = 2e_2 \text{ mas } u \leq p_2$$

$$r = [1 / 2] = 0,5$$

$$u = 2e_2 = 2 \cdot 21 = 42\text{mm} < p_2 \text{ (OK!)}$$

$$F_{n,Rd} = (1 + 3 \cdot 0,5 \cdot (14 / 42 - 0,3)) \cdot (61 - 1 \cdot 14) \cdot 0,400 / 1,25 = 15,45\text{kN} > A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2} \text{ (não OK!)}$$

$$F_{n,Rd} = A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2} = (61 - 1 \cdot 14) \cdot 0,400 / 1,25 = 15,04\text{kN (OK!)}$$

## Verificação da Ligação Banzo x Chapa de Gousset

### Espaçamentos verificados conforme ligação diagonal x chapa de Gousset

$$\text{Força horizontal } H_{Sd} = 15\text{kN} \cdot \cos 31^\circ = 12,85 \text{ kN}$$

$$\text{Força vertical } V_{Sd} = 15\text{kN} \cdot \sin 31^\circ = 7,72 \text{ kN}$$

### Esmagamento da Chapa – Esforço $H_{Sd} = 12,85 \text{ kN}$

$$F_{b,Rd} = 2,5 \cdot \alpha_b \cdot k_t \cdot f_u \cdot d \cdot t / \gamma_{M2} \text{ onde } \alpha_b = \text{mínimo}(1,0 ; e_1 / 3d)$$

$$k_t = (0,8 \cdot t + 1,5) / 2,5 \text{ se } 0,75\text{mm} \leq t \leq 1,25\text{mm}$$

$$k_t = 1,0 \text{ se } t > 1,25\text{mm}$$

$$\alpha_b = \text{mínimo}(1,0 ; 30 / 3 \cdot 14) = \text{mínimo}(1,0 ; 0,71) = 0,71$$



$$k_t = 1,0 \quad \text{pois } t > 1,25\text{mm}$$

$$F_{b,Rd} = 2,5 \cdot 0,71 \cdot 1,0 \cdot 0,400 \cdot 14 \cdot 2,75 / 1,25 = 21,89 \text{ kN} \times 4 \text{ parafusos} = 87,56 \text{ kN (OK!)}$$

Esmagamento da Chapa – Esforço  $V_{Sd} = 7,72 \text{ kN}$

$$F_{b,Rd} = 2,5 \cdot \alpha_b \cdot k_t \cdot f_u \cdot d \cdot t / \gamma_{M2} \quad \text{onde } \alpha_b = \text{mínimo}(1,0 ; e_1 / 3d)$$

$$k_t = (0,8 \cdot t + 1,5) / 2,5 \quad \text{se } 0,75\text{mm} \leq t \leq 1,25\text{mm}$$

$$k_t = 1,0 \quad \text{se } t > 1,25\text{mm}$$

$$\alpha_b = \text{mínimo}(1,0 ; 21 / 3 \cdot 14) = \text{mínimo}(1,0 ; 0,50) = 0,50$$

$$k_t = 1,0 \quad \text{pois } t > 1,25\text{mm}$$

$$F_{b,Rd} = 2,5 \cdot 0,50 \cdot 1,0 \cdot 0,400 \cdot 14 \cdot 2,75 / 1,25 = 15,41 \text{ kN} \times 4 \text{ parafusos} = 61,6 \text{ kN (OK!)}$$

Resistência ao Corte de um parafuso

$$\text{Grades 4.6, 5.6 e 8.8: } F_{v,Rd} = 0,6 \cdot f_{ub} \cdot A_s / \gamma_{M2} = 0,6 \cdot 0,800 \cdot 123 / 1,25 = 47,23 \text{ kN por parafuso (OK!)}$$

Ruptura da Área Líquida -  $H_{Sd}$

$$F_{n,Rd} = (1 + 3 \cdot r \cdot (d_0 / u - 0,3)) \cdot A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2} \quad \text{mas } F_{n,Rd} \leq A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2}$$

$$r = [\text{número parafusos na seção} / \text{número total de parafusos na ligação}]$$

$$u = 2e_2 \quad \text{mas } u \leq p_2$$

$$r = [1 / 4] = 0,25$$

$$u = 2e_2 = 2 \cdot 21 = 42\text{mm} < p_2 \text{ (OK!)}$$

$$F_{n,Rd} = 2 \cdot (1 + 3 \cdot 0,25 \cdot (14 / 42 - 0,3)) \cdot (130 - 1,14) \cdot 2,75 \cdot 0,400 / 1,25 = 104,6 \text{ kN} > A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2} \text{ (não OK!)}$$

$$F_{n,Rd} = A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2} = (130 - 1,14) \cdot 2,75 \cdot 0,400 / 1,25 = 102,08 \text{ kN (OK!)}$$

Ruptura da Área Líquida -  $V_{Sd}$

$$F_{n,Rd} = (1 + 3 \cdot r \cdot (d_0 / u - 0,3)) \cdot A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2} \quad \text{mas } F_{n,Rd} \leq A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2}$$

$$r = [\text{número parafusos na seção} / \text{número total de parafusos na ligação}]$$

$$u = 2e_2 \quad \text{mas } u \leq p_2$$

$$r = [4 / 4] = 1$$

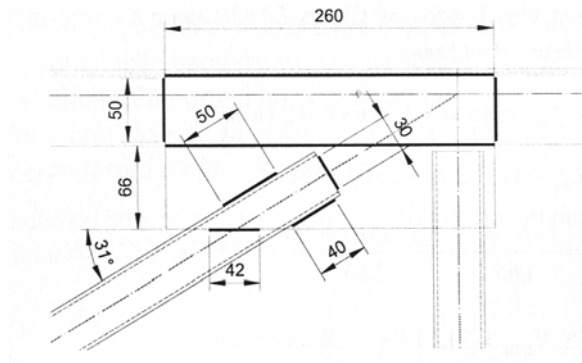
$$u = 2e_2 = 2 \cdot 30 = 60\text{mm} > p_2 \text{ (não OK! } \rightarrow u = p_2 = 45\text{mm)}$$

$$F_{n,Rd} = (1 + 3 \cdot 1 \cdot (14 / 45 - 0,3)) \cdot (190 - 4,14) \cdot 2,75 \cdot 0,400 / 1,25 = 121,8 \text{ kN} > A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2} \text{ (não OK!)}$$

$$F_{n,Rd} = A_{net} \cdot f_u / \gamma_{M2} = (190 - 4,14) \cdot 2,75 \cdot 0,400 / 1,25 = 117,92 \text{ kN (OK!)}$$

Verificação da Ligação Montante x Chapa de Gousset – também verificada pois a espessura e os espaçamentos são iguais a diagonal.

Exemplo 3 – O detalhe abaixo apresenta um nó de uma treliça formada por banzos U150x60x2,75, chapa de gousset com 2,75mm de espessura e diagonais e montantes 2U40x25x3 (opostos pelas mesas [ ]) constituídos por aço MR-250 ( $f_y = 250\text{MPa}$  e  $f_u = 400\text{MPa}$ ). Pedese verificar as condições de segurança sabendo-se que a carga de projeto  $N_{Sd}$  em cada diagonal vale 15 kN. A tensão de ruptura da solda é de 415MPa.



Ligação diagonal – chapa de gousset

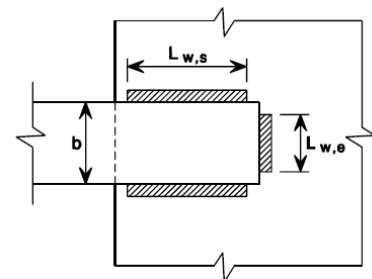
Solda paralela a direção da carga:

$$F_{w,Rd} = t \cdot L_{w,s} (0,9 - 0,45 L_{w,s} / b) \cdot f_u / \gamma_{M2} \text{ se } L_{w,s} \leq b$$

$$F_{w,Rd} = 0,45 t \cdot b \cdot f_u / \gamma_{M2} \text{ se } L_{w,s} > b$$

Solda perpendicular direção da carga:

$$F_{w,Rd} = t \cdot L_{w,e} (1 - 0,3 L_{w,e} / b) \cdot f_u / \gamma_{M2} \text{ para um filete e se } L_{w,s} \leq b$$



Soldas paralelas a direção de aplicação da carga

$$L_{w,s} = 50 + 40 + 42 / \cos 31^\circ = 126 \text{ mm} > b = 40 \text{ mm}$$

$$F_{w,Rd} = 0,45 \cdot 2,75 \cdot 40 \cdot 0,415 / 1,25 = 16,43 \text{ kN}$$

Diminuir o comprimento dos cordões de solda:

50 para 20mm;

40 para 10mm;

42 para 10mm.

$$L_{w,s} = 20 + 10 + 10 / \cos 31^\circ = 38,57 \text{ mm} < b = 40 \text{ mm}$$

$$F_{w,Rd} = t \cdot L_{w,s} (0,9 - 0,45 L_{w,s} / b) \cdot f_u / \gamma_{M2} = 2,75 \cdot 38,57 (0,9 - 0,45 \cdot 38,57 / 40) \cdot 0,415 / 1,25 = 16,41 \text{ kN}$$

Soldas perpendiculares a direção de aplicação da carga

$$L_{w,e} = 30 + 42/\cos 31^\circ = 66 \text{ mm} > b = 40 \text{ mm}$$

$$F_{w,Rd} = t \cdot L_{w,e} (1 - 0,3 L_{w,e} / b) \cdot f_u / \gamma_{M2} = 2,75 \cdot 40 (1 - 0,3 \cdot 40 / 40) \cdot 0,415 / 1,25 = 25,56 \text{ kN}$$

Resistência total:  $16,41 + 25,56 = 41,974 \text{ kN}$ .