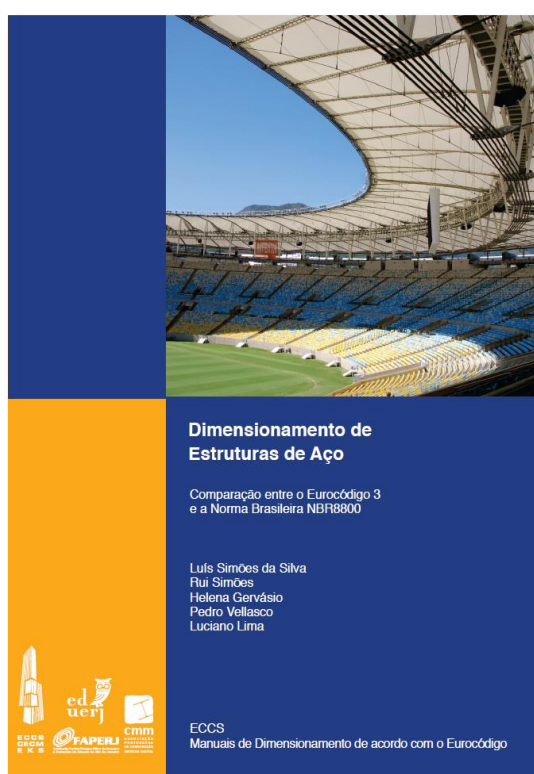




Exemplos de Dimensionamento de Colunas e Vigas



Profs. Pedro Vellasco e Luciano Lima

Projeto de Estruturas de Aço e Mistos I

PGECIV – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

UERJ – Universidade do Estado do Rio de Janeiro

1. Classificação da Seção

Exemplo 1: Classifique a seção transversal da figura abaixo (dimensões em *mm*), de acordo com o EC3-1-1.

a) IPE 300 em um aço S 235: i) sob flexão; ii) sob compressão.

b) Seção tubular quadrada SHS 200x200x8 mm em um aço S 275, sob compressão.

Figura 2.84 – Classificação de seções transversais



a-i) Alma sob flexão:

$$c/t = 248,6/7,1 = 35,0 < 72\varepsilon = 72 \times 1,0 = 72,0 .$$

(Classe 1)

Mesa sob compressão:

$$c/t = (150/2 - 7,1/2 - 15)/10,7 = 5,3 < 9\varepsilon = 9 \times 1,0 = 9,0 .$$

(Classe 1)

A seção transversal é classe 1.

a-ii) Alma sob compressão:

$$c/t = 248,6/7,1 = 35,0 > 33\varepsilon = 33 \times 1,0 = 33,0 ,$$

$$\text{mas, } c/t = 248,6/7,1 = 35,0 < 38\varepsilon = 38 \times 1,0 = 38,0 .$$

(Classe 2)

Mesas sob compressão:

$$c/t = (150/2 - 7,1/2 - 15)/10,7 = 5,3 < 9\varepsilon = 9 \times 1,0 = 9,0 .$$

(Classe 1)

A seção transversal é classe 2.

b) Alma sob compressão:

Em seções tubulares quadradas ou retangulares, o comprimento efetivo da alma pode ser aproximado por $c \approx b - 3t$.

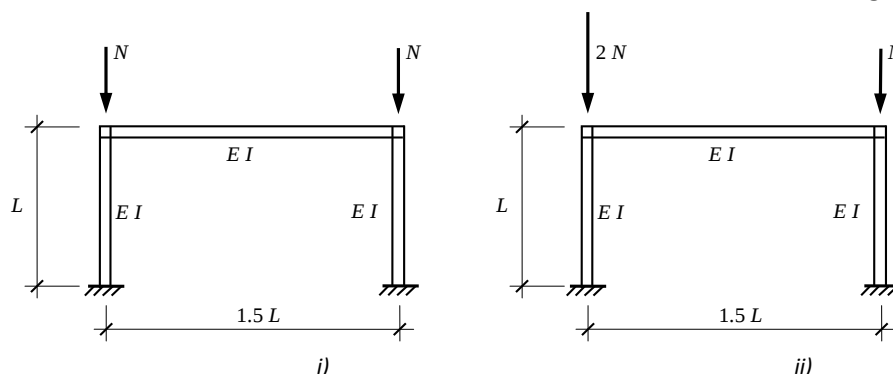
$$c/t \approx (b - 3t)/t = (200 - 3 \times 8)/8 = 22,0 < 33\varepsilon = 33 \times 0,92 = 30,4 .$$

A seção transversal é classe 1.

2. Dimensionamento de Colunas

Exemplo 1: Considere os pórticos planos ilustrados a seguir, compostos por duas colunas e uma viga, todos com inércia I e constituídos por um material com módulo de elasticidade E . Calcule o comprimento de flambagem das colunas, considerando:

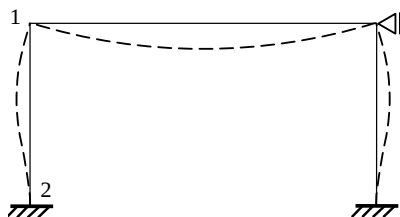
- Pórtico contraventado lateralmente, de modo a impedir os deslocamentos laterais ao nível da viga.
- Pórtico não contraventado, com os deslocamentos laterais livres ao nível da viga.



Resolução:

Neste exemplo começa-se por obter os comprimentos de flambagem através do método de Wood. Para comparação, obtém-se os mesmos comprimentos com base nas cargas críticas dos pórticos.

a-i) Admitindo que o pórtico é contraventado lateralmente, o comprimento de flambagem deve ser avaliado considerando os deslocamentos horizontais nulos ao nível da viga e a deformada ilustrada a seguir.



a) Sem deslocamentos laterais

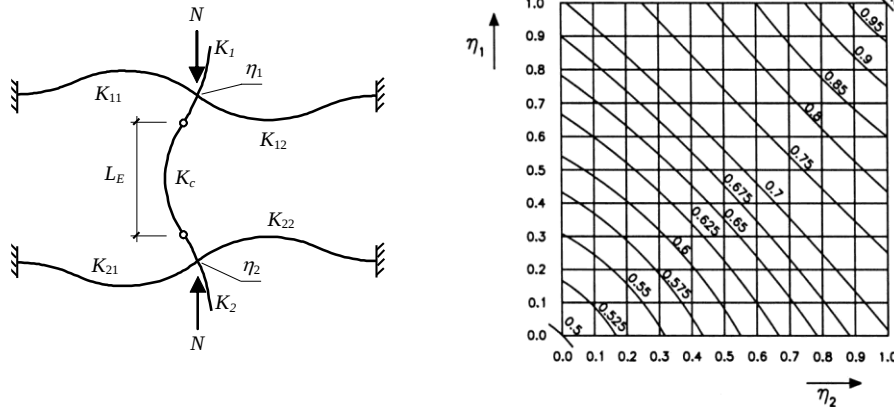
No caso de pilares em que a extremidade inferior é uma ligação ao exterior, o coeficiente η_2 é nulo no caso de a ligação ser encastrada, e igual a 1.0 no caso de a ligação ser rotulada. Os coeficientes K_{ij} das vigas dependem das condições de apoio na extremidade oposta. No abaixo são apresentados os valores do coeficiente K_{ij} para vigas sem esforço axial, a trabalhar em regime elástico:

Restrição à rotação na extremidade oposta	Coeficiente K_{ij}
Encastrada	1.0 I/L
Rotulada	0.75 I/L
Igual rotação (curvatura simples)	0.5 I/L
Igual rotação mas em sentido contrário (dupla curvatura)	1.5 I/L
Caso geral (θ_a junto ao pilar e θ_b na extremidade oposta)	$1+0.5(\theta_b/\theta_a)I/L$

Para as seções extremas do pilar (seções 1 e 2), obtém-se:

$$\eta_1 = \frac{K_c + K_1}{K_c + K_1 + K_{11} + K_{12}} \quad \text{com} \quad \eta_1 = \frac{\frac{I}{L}}{\frac{I}{L} + 0.5 \times \frac{I}{1.5 \times L}} = 0.75; \quad \eta_2 = 0 \quad (\text{seção engastada}).$$

Com os valores de η_1 e η_2 , utilizando o ábaco, obtém-se:



$\frac{L_E}{L} \approx 0.64$, sendo o comprimento de flambagem das colunas dado por $L_E \approx 0.64L$.

Para o carregamento indicado, considerando o pórtico sem deslocamentos laterais, o valor crítico das cargas N , obtido através de uma análise elástica de estabilidade, é dado por $N_{cr} = 2.308 \pi^2 EI / L^2$. Como o esforço axial nas colunas assume um valor idêntico, obtém-se o seguinte comprimento de flambagem:

$$L_E = \pi \sqrt{\frac{EI}{2.308 \pi^2 EI / L^2}} = 0.66L.$$

α -ii) Para o pórtico *ii*), através do método simplificado, obtém-se o mesmo valor para o comprimento de flambagem das colunas, isto é, $L_E \approx 0.64L$, pois segundo este método, o comprimento de flambagem não depende do carregamento.

Para o carregamento constituído por duas cargas desiguais ($2N$ e N) aplicadas no topo das colunas, considerando o pórtico sem deslocamentos laterais, o valor crítico das cargas N , obtido através de uma análise elástica de estabilidade, é dado por $N_{cr} = 1.245 \pi^2 EI / L^2$. Como os pilares são iguais e possuem as mesmas condições de apoio, o da esquerda é o pilar crítico, pois é aquele que condiciona o valor da carga crítica global do pórtico. Quando a carga N atinge o valor N_{cr} , os esforços nos pilares são dados por:

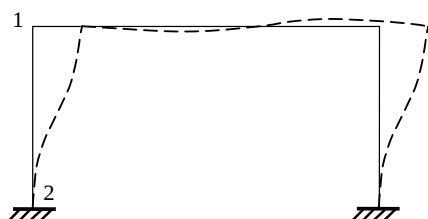
$$N_{esq} = 2 \times 1.245 \times \frac{\pi^2 EI}{L^2}; \quad N_{dir} = 1.245 \times \frac{\pi^2 EI}{L^2}.$$

Com os esforços axiais atuantes nos pilares, correspondentes à carga crítica do pórtico, através da expressão 3.74 obtém-se os seguintes comprimentos de flambagem:

$$L_{E,coluna_esq} = \pi \sqrt{\frac{EI}{2 \times 1.245 \times \pi^2 EI / L^2}} = 0.63L;$$

$$L_{E,coluna_dir} = \pi \sqrt{\frac{EI}{1.245 \times \pi^2 EI / L^2}} = 0.90L.$$

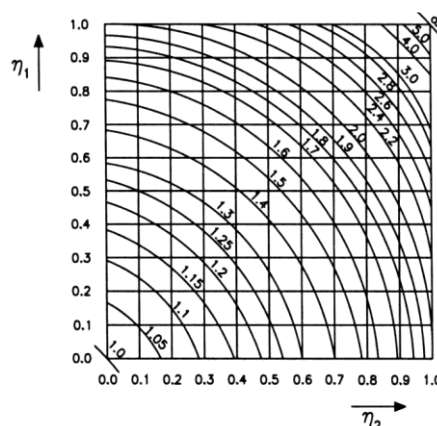
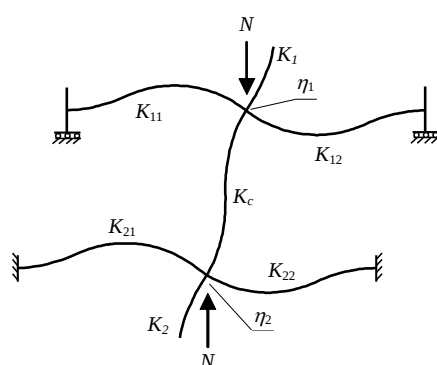
b-i) Nesta alínea o comprimento de flambagem deve ser avaliado considerando que o pórtico pode instabilizar segundo um modo com deslocamentos laterais, conforme se ilustra a seguir.



b) Com deslocamentos laterais

Para as seções extremas das colunas (seções 1 e 2), obtém-se:

$$\eta_1 = \frac{\frac{1}{L}}{\frac{1}{L} + 1,5 \times \frac{1}{1,5 \times L}} = 0,50 ; \eta_2 = 0 \text{ (seção engastada).}$$



Com os valores de η_1 e η_2 , utilizando o ábaco, obtém-se a relação:

$$\frac{L_E}{L} \approx 1,23 ,$$

sendo o comprimento de flambagem das colunas dado por $L_E \approx 1,23L$.

Para o carregamento indicado, considerando o pórtico com deslocamentos laterais, o valor crítico das cargas N , obtido através de uma análise de estabilidade, é dado por $N_{cr} = 0,660 \pi^2 EI / L^2$. Como o esforço axial nos pilares assume um valor idêntico, através da expressão 3.74 obtém-se o seguinte comprimento de flambagem:

$$L_E = \pi \sqrt{\frac{EI}{0,660 \pi^2 EI / L^2}} = 1,23L .$$

b-ii) Para o pórtico *ii)*, através do método simplificado, obtém-se novamente o mesmo valor para o comprimento de flambagem das colunas, isto é, $L_E \approx 1,23L$, pois segundo este método o comprimento de flambagem não depende do carregamento.

Para o carregamento constituído por duas cargas desiguais ($2N$ e N) aplicadas no topo das colunas, considerando agora o pórtico não contraventado, o valor crítico das cargas N , obtido

através de uma análise elástica de estabilidade, é dado por $N_{cr} = 0.439\pi^2 EI/L^2$. Como os pilares são iguais e possuem as mesmas condições de apoio, o da esquerda é o pilar crítico, pois é aquele que condiciona o valor da carga crítica global do pórtico. Quando a carga N atinge o valor N_{cr} , os esforços nos pilares são dados por:

$$N_{esq} = 2 \times 0.439 \times \frac{\pi^2 EI}{L^2}; \quad N_{dir} = 0.439 \times \frac{\pi^2 EI}{L^2}.$$

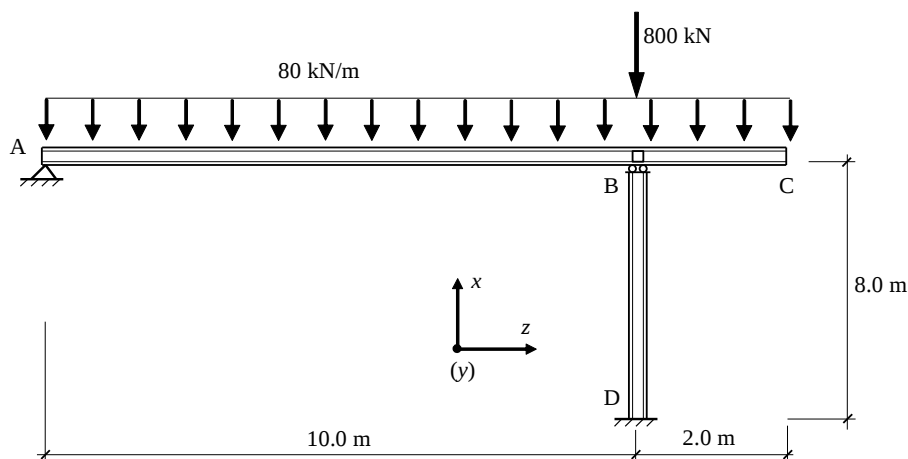
Com os esforços axiais actuantes nos pilares, correspondentes à carga crítica do pórtico, obtém-se os seguintes comprimentos de flambagem:

$$L_{E,coluna_esq.} = \pi \sqrt{\frac{EI}{2 \times 0.439 \times \pi^2 EI/L^2}} = 1.07L;$$

$$L_{E,coluna_dir.} = \pi \sqrt{\frac{EI}{0.439 \times \pi^2 EI/L^2}} = 1.51L.$$

Considerações finais: Analisando os resultados obtidos anteriormente verifica-se que o método simplificado (baseado no método de Wood) fornece valores do comprimento de flambagem semelhantes aos obtidos com base na carga crítica elástica global, no caso do pórtico i). No caso do pórtico ii), verifica-se que o método simplificado sobreavalia o comprimento de flambagem das colunas críticas (coluna da esquerda) e subavalia o comprimento de flambagem das colunas não críticas (coluna da direita). Conclui-se assim que o método simplificado, baseado no método de Wood, só deve ser utilizado no caso de pórticos com distribuições de carga e rigidez tais, que os pilares atinjam a sua carga crítica, em simultâneo com a carga crítica global do pórtico.

Exemplo 2: Dimensione a coluna BD da estrutura metálica representada na figura a seguir, utilizando um perfil HEB em aço S 355, segundo o EC3-1-1. A coluna é engastada na base e articulada na seção B (segundos ambos os eixos principais da seção). A seção B está impedida de sofrer deslocamentos horizontais, no plano da estrutura (devido à própria viga) e no plano perpendicular (devido à existência de elementos secundários de contraventamento). O carregamento indicado já é majorado, logo deve ser considerado como carregamento de cálculo.



Resolução:

i) Valor de cálculo do esforço normal de compressão atuante N_{Ed}

$$N_{Ed} = \frac{80}{10} \times \frac{12^2}{2} + 800 = 1376,0 \text{ kN} \quad (\text{equação de momentos em A}).$$

ii) Pré-dimensionamento - Efetuando um pré-dimensionamento com base na resistência plástica (admitindo uma seção de classe 1, 2 ou 3), obtém-se:

$$N_{Ed} = 1376,0 \text{ kN} \leq N_{c,Rd} = A f_y / \gamma_{M0} = A \times 355 \times 10^3 / 1,0$$

$$\Rightarrow A \geq 38,76 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 38,76 \text{ cm}^2.$$

Como se trata de um pilar relativamente esbelto, o dimensionamento será previsivelmente condicionado pela resistência à flambagem; como tal se adota uma seção HEB 240 em aço S 355, (classe 1 em compressão pura), com as seguintes propriedades (geométricas e mecânicas):

$$A = 106 \text{ cm}^2, \quad b = 240 \text{ mm}, \quad h = 240 \text{ mm}, \quad t_f = 17 \text{ mm}, \quad t_w = 10 \text{ mm}, \\ I_y = 11260 \text{ cm}^4, \quad i_y = 10,31 \text{ cm}, \quad I_z = 3923 \text{ cm}^4, \quad i_z = 6,08 \text{ cm}, \quad f_y = 355 \text{ MPa} \text{ e} \\ E = 210 \text{ GPa}.$$

iii) Comprimentos de flambagem - De acordo com as condições de apoio definidas nos dados do problema, os comprimentos de flambagem, iguais nos dois planos, tomam os seguintes valores:

$$\text{Flambagem no plano da estrutura (plano x-z)} \quad - \quad L_{Ey} = 0,7 \times 8,0 = 5,6 \text{ m}.$$

$$\text{Flambagem no plano perpendicular (plano x-y)} \quad - \quad L_{Ez} = 0,7 \times 8,0 = 5,6 \text{ m}.$$

Como os comprimentos de flambagem são iguais nos dois planos, a seção pode ser colocada em uma posição qualquer. Por razões construtivas, coloca-se a seção na posição indicada na figura, ficando o eixo de maior inércia (eixo y) na direção perpendicular ao plano da estrutura.

iv) Determinação das esbeltezas

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{210 \times 10^6}{355 \times 10^3}} = 76,4;$$

$$\lambda_y = \frac{L_{Ey}}{i_y} = \frac{5,6}{10,31 \times 10^{-2}} = 54,32; \quad \bar{\lambda}_y = \frac{\lambda_y}{\lambda_1} = 0,71;$$

$$\lambda_z = \frac{L_{Ez}}{i_z} = \frac{5,6}{6,08 \times 10^{-2}} = 92,11; \quad \bar{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\lambda_1} = 1,21.$$

v) Cálculo do factor de redução χ_{min}

$$\frac{h}{b} = 1,0 < 1,2 \quad \text{e} \quad t_f = 17 \text{ mm} < 100 \text{ mm}$$

flexão em torno de y – curva b ($\alpha = 0,34$)
 $\Rightarrow$ flexão em torno de z – curva c ($\alpha = 0,49$).

$$\text{Como } \bar{\lambda}_z > \bar{\lambda}_y \text{ e } \alpha_{\text{curva c}} > \alpha_{\text{curva b}} \Rightarrow \chi_{min} \Rightarrow \chi_z.$$

$$\phi_z = 0,5 \times [1 + 0,49 \times (1,21 - 0,2) + 1,21^2] = 1,48;$$

$$\chi_z = \frac{1}{1,48 + \sqrt{1,48^2 - 1,21^2}} = 0,43 ;$$

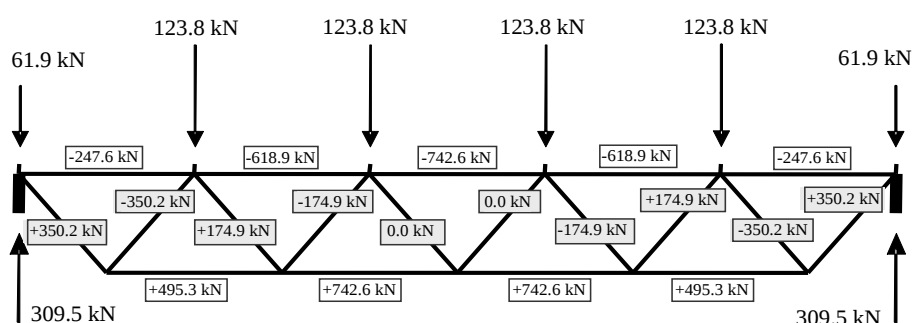
$$\chi_{\min} = \chi_z = 0,43 .$$

vi) Verificação da segurança

$$N_{b,Rd} = \chi A f_y / \gamma_{M1} = 0,43 \times 106 \times 10^{-4} \times 355 \times 10^3 / 1,0 = 1618,1 \text{ kN} .$$

Como $N_{Ed} = 1376,0 \text{ kN} < N_{b,Rd} = 1618,1 \text{ kN}$, é verificada a segurança. A solução do problema consiste na adoção de um perfil HEB 240 em aço S 355.

Exemplo 3: Considere a viga trelçada, em aço S 275, apresentada a seguir. De forma a completar o seu dimensionamento, dimensione agora as barras comprimidas, considerando os mesmos tipos de seções, ou seja:



- Perfis de seção quadrada oca (SHS), com as ligações entre as barras da estrutura efectuadas por soldadura.
- Perfil do tipo HEA nas cordas (barras horizontais) e seções compostas pela associação de 2 perfis UPN nas diagonais, aparafusadas a placas de Gusset soldadas aos perfis HEA das cordas superior e inferior.

Resolução:

Com base nos diagramas de esforço normal, relativos ao problema em análise, verifica-se que o elemento do banzo mais comprimido está submetido a um esforço axial de 742,6 kN e em simultâneo é um dos elementos de maior comprimento, com $L = 3,00 \text{ m}$; em relação às diagonais, o elemento mais comprimido, com um comprimento $L = 2,12 \text{ m}$, está submetido a um esforço axial de 350,2 kN. Para a definição dos comprimentos de flambagem dos elementos, admite-se que todos os nós da trelça encontram-se contraventados na direção perpendicular ao plano da estrutura.

a) Dimensionamento com perfis de seção quadrada tubular (SHS)

i) Efetuando um *pré-dimensionamento* com base na resistência plástica (admitindo uma seção de classe 1, 2 ou 3), obtém-se:

Para o banzo superior,

$$742,6 \leq \frac{A \times 275 \times 10^3}{1,0} \Rightarrow A \geq \frac{742,6 \times 1,0}{275 \times 10^3} = 27,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 27,0 \text{ cm}^2 ,$$

e para as diagonais,

$$350,2 \leq \frac{A \times 275 \times 10^3}{1,0} \Rightarrow A \geq \frac{350,2 \times 1,0}{275 \times 10^3} = 12,7 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 12,7 \text{ cm}^2$$

Com base em uma tabela de perfis de seção quadrada tubular (SHS), adota-se uma seção SHS 120x120x8 mm ($A = 35.5 \text{ cm}^2$) no banzo superior e uma seção SHS 80x80x6.3 mm ($A = 18.4 \text{ cm}^2$) nas diagonais, com áreas um pouco acima das mínimas impostas pelas condições anteriores, uma vez que a verificação da resistência à flambagem é em geral, condicionante; as seções pré-dimensionadas apresentam as seguintes propriedades geométricas adicionais:

Seção SHS 120x120x8 mm: $I = 738 \text{ cm}^4$, $i = 4,56 \text{ cm}$;

Seção SHS 80x80x6,3 mm: $I = 165 \text{ cm}^4$, $i = 3,00 \text{ cm}$.

ii) Verificação da classe das seções

Para as seções anteriores (seções quadradas tubulares de espessura constante), em aço S 275, submetidas a compressão pura, vem:

Seção SHS 120x120x8 mm: $c \approx h - 3t = 120 - 3 \times 8 = 96 \text{ mm}$.

$$\Rightarrow \frac{c}{t} = \frac{96}{8} = 12 < 33\epsilon = 33 \times 0,92 = 30,4 . \quad (\text{Classe 1})$$

Seção SHS 80x80x6.3 mm: $c \approx h - 3t = 80 - 3 \times 6,3 = 61,1 \text{ mm}$

$$\Rightarrow \frac{c}{t} = \frac{61,1}{6,3} = 9,7 < 33\epsilon = 33 \times 0,92 = 30,4 . \quad (\text{Classe 1})$$

Logo conclui-se que ambas as seções são de classe 1.

iii) Verificação da resistência à flambagem

iii-1) Corda superior constituída por uma seção SHS 120x120x8 mm

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{210 \times 10^6}{275 \times 10^3}} = 86,81 ;$$

$L_E = 0,9L = 0,9 \times 3,00 = 2,70 \text{ m}$ (de acordo com o Anexo BB.1 do EC3-1-1);

$$\lambda = \frac{L_E}{i} = \frac{2,70 \times 10^2}{4,56} = 59,21 ; \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = 0,682 ;$$

Seção laminada quadrada oca $\Rightarrow$ Curva a, logo $\alpha = 0,21$;

$$\phi = 0,5 \times [1 + 0,21 \times (0,682 - 0,2) + 0,682^2] = 0,783 ;$$

$$\chi = \frac{1}{0,783 + \sqrt{0,783^2 - 0,682^2}} = 0,856 ;$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,856 \times 35,5 \times 10^{-4} \times 275 \times 10^3}{1,0} = 835,7 \text{ kN} .$$

Como $N_{Ed} = 742,6 \text{ kN} < N_{b,Rd} = 835,7 \text{ kN}$, a seção SHS 120x120x8 mm, em aço S 275, verifica a segurança.

iii-2) Diagonais comprimidas constituídas por seções SHS 80x80x6.3 mm

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{210 \times 10^6}{275 \times 10^3}} = 86,81 ;$$

$L_E = L = 2,12 \text{ m}$ (segundo o Anexo BB.1 do EC3-1-1);

$$\lambda = \frac{L_E}{i} = \frac{2,12 \times 10^2}{3,00} = 70,67 ; \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = 0,814 ;$$

Seção laminada quadrada oca $\Rightarrow$ Curva a, logo $\alpha = 0,21$;

$$\phi = 0,5 \times [1 + 0,21 \times (0,814 - 0,2) + 0,814^2] = 0,896 ;$$

$$\chi = \frac{1}{0,896 + \sqrt{0,896^2 - 0,814^2}} = 0,788 ;$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,788 \times 18,4 \times 10^{-4} \times 275 \times 10^3}{1,0} = 398,5 \text{ kN} .$$

Como $N_{Ed} = 350,2 \text{ kN} < N_{b,Rd} = 398,5 \text{ kN}$, a seção SHS 80x80x6.3 mm, em aço S 275, verifica a segurança.

b) Dimensionamento com perfis de seção HEA nas cordas e associações de 2 perfis UPN nas diagonais

i) Efetuando um pré-dimensionamento com base na resistência plástica (admitindo uma seção de classe 1, 2 ou 3), chega-se ao mesmo resultado da alínea a), ou seja, para o banzo superior, $A \geq 27,0 \text{ cm}^2$ e para as diagonais, $A \geq 12,7 \text{ cm}^2$.

Com base na consulta de uma tabela de perfis, adota-se uma seção HEA 180 ($A = 45,25 \text{ cm}^2$) no banzo superior e uma seção constituída por 2 UPN 100 ($A = 27,00 \text{ cm}^2$), afastados de 10 mm (espessura da placa de Gusset), como se ilustra na figura no item **iii-2)**; as áreas das seções pré-dimensionadas são algo superiores às mínimas impostas pelas condições anteriores, pois tal como na alínea anterior, a verificação da resistência à flambagem é em geral condicionante. As propriedades geométricas relevantes da seção HEA 180 e da seção UPN 100 são indicadas a seguir:

Seção HEA 180: $I_y = 349,2 \text{ cm}^4$, $i_y = 4,06 \text{ cm}$; $I_z = 133,8 \text{ cm}^4$, $i_z = 2,51 \text{ cm}$.

Seção UPN 100: $I_y = 206 \text{ cm}^4$, $i_y = 3,91 \text{ cm}$; $I_z = 29,3 \text{ cm}^4$, $i_z = 1,47 \text{ cm}$; $b = 50 \text{ mm}$; $h = 100 \text{ mm}$; $y_s = 1,55 \text{ cm}$ (distância do centro de gravidade à face exterior da alma).

ii) Verificação da classe das seções

Para a seção HEA 180 em aço S 275, submetida a compressão pura, vem:

$$\text{Alma: } c/t = 122/6 = 20,3 < 33\varepsilon = 33 \times 0,92 = 30,36 , \quad (\text{Classe 1})$$

$$\text{Banzos: } c/t = 72/9,5 = 7,6 < 9\varepsilon = 9 \times 1,0 = 9,0 . \quad (\text{Classe 1})$$

Logo a seção é de classe 1.

Para a seção UPN 100 em aço S 275, submetida a compressão pura, vem:

Alma: $c/t = 66/6 = 11 < 33\varepsilon = 33 \times 0,92 = 30,36$, (Classe 1)

Banzos: $c/t = 35,5/8,5 = 4,2 < 9\varepsilon = 9 \times 1,0 = 9,0$. (Classe 1)

Logo a seção é de classe 1

iii) Verificação da resistência à flambagem

iii-1) Corda superior com uma seção HEA 180

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{210 \times 10^6}{275 \times 10^3}} = 86,81;$$

$L_E = L = 3,00\text{m}$ (para flambagem fora do plano, de acordo com o Anexo BB.1 do EC3-1-1);

$$\lambda = \frac{L_E}{i} = \frac{3,00 \times 10^2}{4,52} = 66,37; \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = 0,765;$$

$h/b < 1,2$; flexão em torno de $z \Rightarrow$ curva $c (\alpha = 0,49)$

$$\phi = 0,5 \times [1 + 0,49 \times (0,765 - 0,2) + 0,765^2] = 0,931;$$

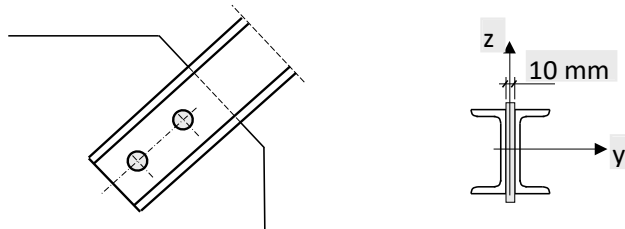
$$\chi = \frac{1}{0,931 + \sqrt{0,931^2 - 0,765^2}} = 0,684;$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,684 \times 45,25 \times 10^{-4} \times 275 \times 10^3}{1,0} = 851,7\text{kN}.$$

Como $N_{Ed} = 742,6\text{kN} < N_{b,Rd} = 851,7\text{kN}$, a seção HEA 180, em aço S 275, verifica a segurança.

iii-2) Diagonais com uma seção composta por 2 UPN 100

Para que a seção composta constituída por 2 UPN 120 funcione em conjunto (salvaguardando a ocorrência de fenômenos de flambagem individual), segundo a cláusula 6.4.4 do EC3-1-1 as barras devem ser ligadas entre si com um espaçamento máximo de $15i_{\min} = 15 \times 1,47\text{cm} = 22,05\text{cm}$. Admitindo a configuração ilustrada na figura a seguir, o momento de inércia é mínimo em torno do eixo z ; como os comprimentos de flambagem dentro e fora do plano, neste caso, são iguais (segundo o Anexo BB.1 do EC3-1-1) e a curva de flambagem aplicável (curva c) é a mesma, conclui-se que o plano mais desfavorável para verificação da flambagem é o plano perpendicular à estrutura (flambagem em torno de z).



O momento de inércia em torno de z , da seção composta por 2 UPN 100, supondo um afastamento de 10 mm, é obtido através do teorema de Steiner. Assim tem-se:

$$I_z = 2 \times (29,3 + 13,5 \times (1,55 + 0,5)^2) = 172,07\text{cm}^4;$$

$$i_z = \sqrt{I_z/A} = \sqrt{172,07/(2 \times 13,5)} = 2,52\text{cm};$$

$$\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{210 \times 10^6}{275 \times 10^3}} = 86,81 ; L_E = L = 2,12 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{L_E}{i} = \frac{2,12 \times 10^2}{2,52} = 84,13 ; \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_1} = 0,969 ;$$

Seção constituída por 2 UPN $\Rightarrow$ Curva c , logo $\alpha = 0,49$;

$$\phi = 0,5 \times [1 + 0,49 \times (0,969 - 0,2) + 0,969^2] = 1,158 ;$$

$$\chi = \frac{1}{1,158 + \sqrt{1,158^2 - 0,969^2}} = 0,558 ;$$

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,558 \times 27,0 \times 10^{-4} \times 275 \times 10^3}{1,0} = 414,4 \text{ kN} .$$

Como $N_{Ed} = 350,2 \text{ kN} < N_{b,Rd} = 414,4 \text{ kN}$, a seção composta pela associação de 2 UPN 100, em aço S 275, verifica a segurança.

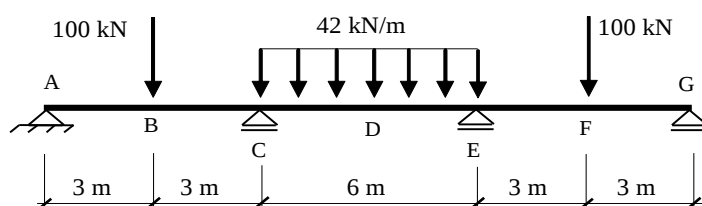
Se as barras das diagonais não fossem ligadas, teria de ser verificada a resistência à flambagem de cada uma isoladamente, ou seja, cada barra, com um comprimento de flambagem igual ao comprimento real, teria de resistir a uma força de compressão $N_{Ed}/2 = 350,2/2 = 175,1 \text{ kN}$. Nessas circunstâncias, a solução seria constituída por 2 UNP 140 ($A = 40,8 \text{ cm}^2$), com uma resistência total $N_{b,Rd} = 393,7 \text{ kN}$.

3. Dimensionamento de Vigas Travadas Lateralmente

3.1. Flexão

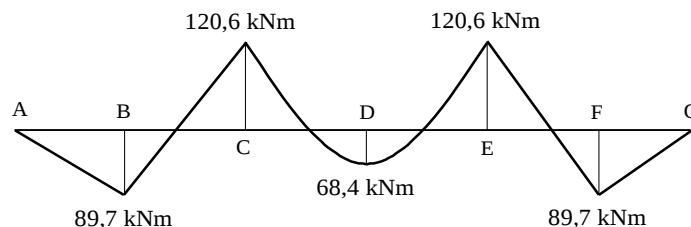
Exemplo 1: Considere a viga contínua ilustrada a seguir, em aço S 275, submetida ao carregamento indicado, já incluindo o peso próprio e considerado como carregamento de cálculo. Efetue o pré-dimensionamento à flexão, utilizando uma seção do tipo IPE, considerando:

- a) Análise global elástica e dimensionamento elástico da seção.
- b) Análise global elástica e dimensionamento plástico da seção.
- c) Análise global elástica com redistribuição de momentos fletores e dimensionamento plástico da seção.
- d) Análise global plástica e dimensionamento plástico da seção.



Resolução:

a) Procedendo a uma análise elástica da viga obtém-se reações verticais em A e G de 29,9 kN e em C e E de 196,1 kN e o diagrama de momentos fletores representado na Figura 3.28.



O pré-dimensionamento elástico da seção (a menos de coeficientes de minoração regulamentares) implica a verificação da seguinte condição, onde $W_{el,y}$ representa o módulo elástico de flexão em torno do eixo y:

$$M = 120,6 \text{ kNm} \leq M_{el} = W_{el,y} f_y = W_{el,y} \times 275 \times 10^3$$

$$\Rightarrow W_{el,y} \geq 438,5 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 438,5 \text{ cm}^3.$$

Utilizando uma tabela de perfis do tipo IPE obtém-se a solução: IPE 300, com $W_{el,y} = 557,1 \text{ cm}^3$.

b) Os esforços atuantes são os obtidos na alínea a). O pré-dimensionamento plástico da seção (a menos de coeficientes de minoração regulamentares) implica a verificação da seguinte condição, onde $W_{pl,y}$ representa o módulo plástico de flexão em torno do eixo y:

$$M = 120,6 \text{ kNm} \leq M_{pl} = W_{pl,y} f_y = W_{pl,y} \times 275 \times 10^3$$

$$\Rightarrow W_{pl,y} \geq 438,5 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 438,5 \text{ cm}^3.$$

Utilizando uma tabela de perfis do tipo IPE obtém-se a solução: IPE 270, com $W_{pl,y} = 484 \text{ cm}^3$.

c) Admitindo que as seções de momento máximo negativo (apoios intermédios) verificam os requisitos estipulados na cláusula 5.4.1 do EC3-1-1, pode-se redistribuir os momentos máximos negativos até um máximo de 15%. A redistribuição consiste em adicionar ao diagrama de momentos fletores apresentado a seguir, os diagramas representados anteriormente.

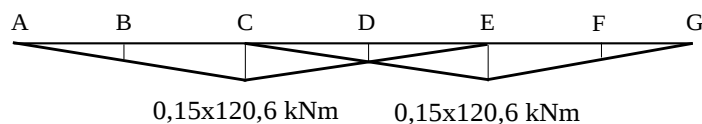


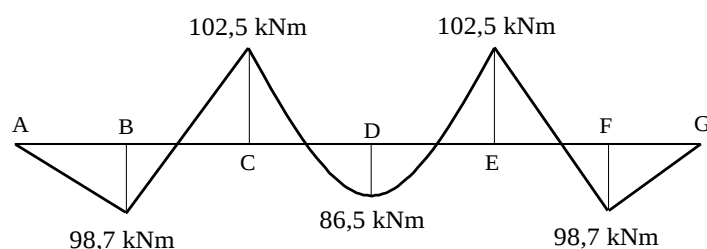
Figura 3.29 – Redistribuição de momentos fletores

Neste caso a minimização do momento máximo (em módulo) implica uma redistribuição igual ao valor máximo permitido regulamentarmente, obtendo-se o diagrama de momentos fletores ilustrado na figura seguinte, cujos extremos tomam os seguintes valores:

$$M_B = 89,7 + 0,15 \times 120,6 / 2 = 98,7 \text{ kNm} ;$$

$$M_C = 120,6 - 0,15 \times 120,6 = 102,5 \text{ kNm} ;$$

$$M_D = 68,4 + 2 \times 0,15 \times 120,6 / 2 = 86,5 \text{ kNm} .$$



O pré-dimensionamento plástico da seção (a menos de coeficientes de minoração regulamentares) implica a verificação da seguinte condição, onde $W_{pl,y}$ representa o módulo plástico de flexão em torno do eixo y:

$$M = 102,5 \text{ kNm} \leq M_{pl} = W_{pl,y} f_y = W_{pl,y} \times 275 \times 10^3 \Rightarrow W_{pl,y} \geq 372,7 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 372,7 \text{ cm}^3 .$$

Utilizando uma tabela de perfis do tipo IPE obtém-se a solução: IPE 270, com $W_{pl,y} = 484 \text{ cm}^3$.

d) Admitindo que as seções da viga verificam os requisitos definidos nas cláusulas 5.4.3 e 5.6 do EC3-1-1, procede-se a uma análise plástica de esforços através do método dos mecanismos. Tendo em conta a geometria da estrutura, as cargas aplicadas e os diagramas elásticos obtidos anteriormente, verifica-se que o colapso plástico corresponde à formação de um mecanismo parcial, com rótulas plásticas nas seções C e E (apoios intermédios) e nas seções de aplicação das cargas concentradas (seções B e F). Para este mecanismo o diagrama de momentos fletores é o representado na Figura 3.31, onde M_{pl} representa o momento plástico da seção em torno do eixo y.

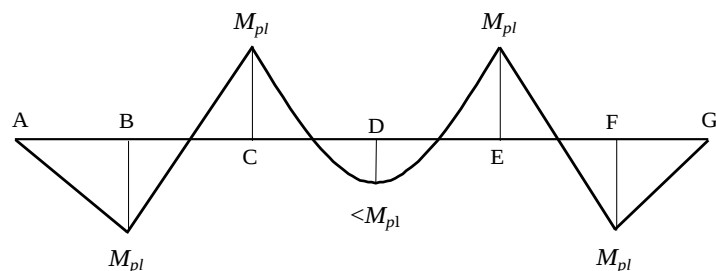


Figura 3.31 – Diagrama de momentos fletores plástico

O momento plástico M_{pl} pode ser obtido através da resolução do seguinte sistema de equações de equilíbrio estático:

$$\begin{aligned} M_B^{eq} = M_{pl} &= V_A \times 3 & V_A &= 33,3 \text{ kN} \\ M_C^{eq} = -M_{pl} &= V_A \times 6 - 100 \times 3 & \Leftrightarrow M_{pl} &= 100 \text{ kNm.} \end{aligned}$$

O pré-dimensionamento plástico da seção (a menos de coeficientes de minoração regulamentares) implica a verificação da seguinte condição, onde $W_{pl,y}$ representa o módulo plástico de flexão em torno do eixo y :

$$M = 100 \text{ kNm} \leq M_{pl} = W_{pl,y} f_y = W_{pl,y} \times 275 \times 10^3 \Rightarrow W_{pl,y} \geq 363,6 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 363,6 \text{ cm}^3.$$

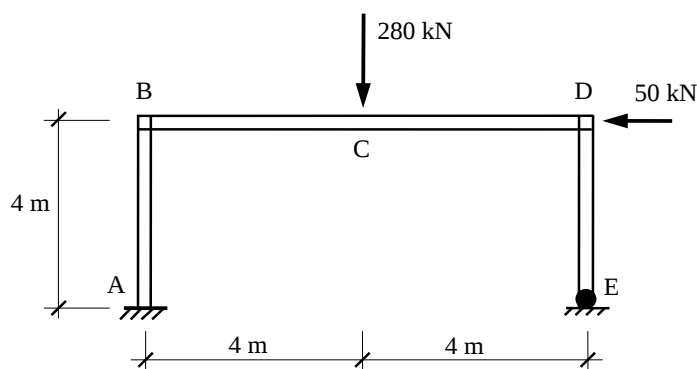
Utilizando uma tabela de perfis do tipo IPE obtém-se a solução: IPE 240, com $W_{pl,y} = 366,6 \text{ cm}^3$.

Com este exemplo pretendeu-se mostrar as vantagens, em termos económicos, da utilização de métodos plásticos de análise de esforços e de dimensionamento das seções.

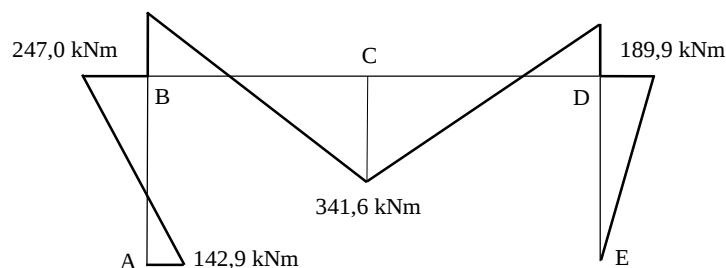
Exemplo 2: Efetue o pré-dimensionamento à flexão do pórtico em aço S 275, ilustrado a seguir, utilizando:

- a) Uma análise global elástica;
- b) Uma análise global plástica.

As ações indicadas já constituem o carregamento de cálculo do pórtico para uma determinada combinação de ações.



- a) Procedendo a uma análise elástica de esforços, obtém-se o diagrama de momentos fletores representado abaixo.

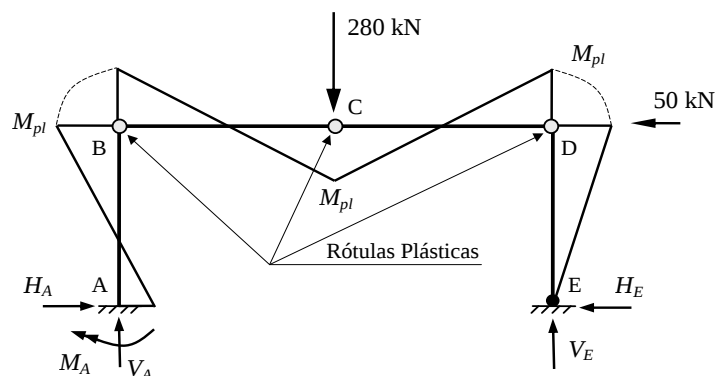


O pré-dimensionamento elástico da seção (a menos de coeficientes de minoração regulamentares) implica a verificação da seguinte condição, onde $W_{el,y}$ representa o módulo elástico de flexão em torno do eixo y :

$$M = 341,6 \text{ kNm} \leq M_{el} = W_{el,y} \cdot f_y = W_{el,y} \times 275 \times 10^3 \Rightarrow W_{el,y} \geq 1242,2 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 1242,2 \text{ cm}^3.$$

Utilizando uma tabela de perfis do tipo IPE obtém-se a solução: IPE 450, com $W_{el,y} = 1500 \text{ cm}^3$.

b) Procedendo a uma análise plástica de esforços, após a análise dos vários mecanismos de colapso possíveis, verifica-se que o mecanismo de colapso a que corresponde o maior valor do momento plástico consiste na formação de 3 rótulas plásticas, nas seções B, C e D, como se ilustra a seguir.



O momento plástico, correspondente ao mecanismo de colapso indicado acima, pode ser obtido com base na resolução do seguinte sistema de equações de equilíbrio estático:

$$\begin{aligned} \sum M_D^{dir} &= -M_{pl} & -4 \times H_E &= -M_{pl} & H_E &= 70 \text{ kN} \\ \sum M_C^{dir} &= M_{pl} & \Leftrightarrow -4 \times H_E + 4 \times V_E &= M_{pl} & \Leftrightarrow V_E &= 140 \text{ kN} \\ \sum M_B^{dir} &= -M_{pl} & -4 \times H_E + 8 \times V_E - 280 \times 4 &= -M_{pl} & M_{pl} &= 280 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Com base em equações de equilíbrio vertical, horizontal e de momentos em toda a estrutura obtém-se as seguintes reações na seção A: $H_A = 120 \text{ kN}$; $V_A = 140 \text{ kN}$ e $M_A = 200 \text{ kNm}$. Como M_A é inferior a $M_{pl} = 280 \text{ kNm}$, comprova-se que o mecanismo considerado é efetivamente o correto.

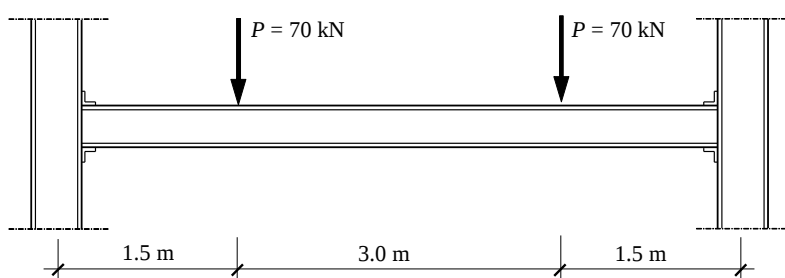
O pré-dimensionamento plástico da seção (a menos de coeficientes de minoração regulamentares) implica a verificação da seguinte condição, onde $W_{pl,y}$ representa o módulo plástico de flexão em torno do eixo y :

$$M = 280 \text{ kNm} \leq M_{pl} = W_{pl,y} \cdot f_y = W_{pl,y} \times 275 \times 10^3 \Rightarrow W_{pl,y} \geq 1018 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 1018 \text{ cm}^3.$$

Utilizando uma tabela de perfis do tipo IPE obtém-se a solução: IPE 360, com $W_{pl,y} = 1019 \text{ cm}^3$.

3.2. Cisalhamento

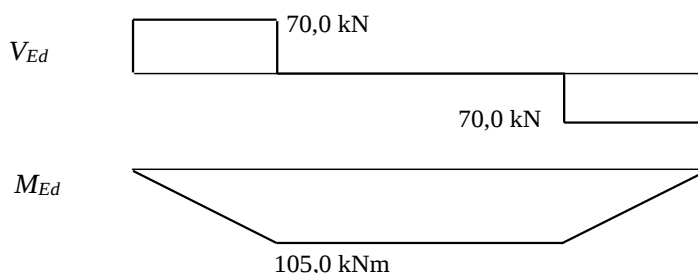
Exemplo 1: A viga representada a seguir, com um comprimento $L = 6.0$ m, é restringida lateralmente ao longo do seu comprimento por um pavimento. Para um carregamento, já majorado, constituído por duas cargas pontuais $P = 70$ kN, dimensione a viga utilizando um perfil HEA (e em alternativa um perfil IPE) em aço S 235, segundo o EC3-1-1. Verifique também o estado limite de serviço, considerando $\delta_{\text{máx}} \leq L/300$, admitindo que a carga de 70 kN foi majorada para o estado limite último com um coeficiente de majoração de 1.50. As ligações da viga aos pilares, por meio de cantoneiras de banzo, podem ser assumidas como rotuladas.



Resolução:

i) Diagramas de esforços

Para o carregamento indicado, considerado como o carregamento de cálculo para a verificação do estado limite último de resistência, obtém-se os diagramas de esforços indicados na figura a seguir. Como a viga é restringida lateralmente, o seu dimensionamento é condicionado apenas pela verificação da resistência das seções mais solicitadas, e eventualmente pela verificação do estado limite de deformação. Analisando os diagramas de esforços, verifica-se que as seções mais solicitadas são as seções de aplicação das cargas pontuais, submetidas aos seguintes esforços: $M_{Ed} = 105.0$ kNm e $V_{Ed} = 70.0$ kN.



ii) Pré-dimensionamento à flexão - Efetuando um pré-dimensionamento à flexão, admitindo uma seção de classe 1 ou 2, obtém-se a seguinte solução:

$$M_{Ed} = 105,0 \text{ kNm} \leq W_{pl,y} \times 235 \times 10^3 / 1,0 \Rightarrow W_{pl,y} \geq 446,8 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 446,8 \text{ cm}^3.$$

HEA 220 ($W_{pl,y} = 568,5 \text{ cm}^3$) e em alternativa um IPE 270 ($W_{pl,y} = 484 \text{ cm}^3$).

iii) Verificação da classe da seção

Alma à flexão
$$\frac{c}{t} = \frac{152}{7} = 21,7 < 72 \varepsilon = 72 \times 1 = 72,0.$$

Banzo à compressão $\frac{c}{t} = \frac{220/2 - 7/2 - 18}{11} = 8,0 < 9\varepsilon = 9 \times 1 = 9,0$.

Logo, conforme admitido anteriormente, a seção HEA 220 submetida a flexão é de classe 1 (a seção IPE 270 é igualmente de classe 1).

iv) Verificação do esforço cortante

Sendo a área de corte da seção HEA 220 dada por $A_v = 20.67 \text{ cm}^2$, vem:

$$V_{Ed} = 70,0 \text{ kN} < V_{c,Rd} = V_{pl,Rd} = \frac{20,67 \times 10^{-4} \times 235 \times 10^3 / \sqrt{3}}{1,0} = 280,4 \text{ kN}.$$

Como $h_w/t_w = 26,9 < 72\varepsilon/\eta = 72 \times 1,0/1,0 = 72,0$ (tomando conservativamente $\eta = 1.0$), não é necessário verificar a flambagem por esforço cortante.

Logo a seção HEA 220 verifica a segurança em relação ao esforço cortante; a solução alternativa constituída por uma seção IPE 270, com $V_{c,Rd} = V_{pl,Rd} = 300.4 \text{ kN}$, verifica igualmente esta condição.

v) Interação flexão - esforço cortante

Como $V_{Ed} = 70,0 \text{ kN} < 50\% V_{pl,Rd} = 140,2 \text{ kN}$, não é necessário reduzir o momento resistente por causa do esforço cortante; a solução alternativa constituída por uma seção IPE 270 verifica igualmente esta condição.

vi) Verificação do estado limite de serviço

A seguir verifica-se o limite imposto para a deformação vertical máxima, considerando uma carga de $70/1.50 = 46.7 \text{ kN}$ (já que a carga de 70 kN foi majorada para o estado limite último com um coeficiente de 1.50).

Para uma viga simplesmente apoiada com um comprimento L e o carregamento em causa, constituído por duas cargas concentradas P , o deslocamento máximo, a meio vão, é dado por $\delta_{\text{máx}} = 11PL^3/(384EI)$ sendo EI a rigidez de flexão da seção transversal da viga.

Considerando a seção HEA 220, obtém-se:

$$\delta_{\text{máx}} = \frac{11 \times 46,7 \times 6^3}{384 \times 210 \times 10^6 \times 5410 \times 10^{-8}} = 2,54 \times 10^{-2} \text{ m} = 25,4 \text{ mm} > \frac{L}{300} = 20 \text{ mm},$$

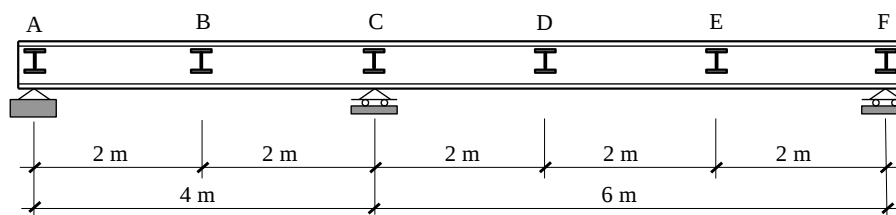
logo a seção é insuficiente. Adoptando uma seção HEA 240, obtém-se:

$$\delta_{\text{máx}} = \frac{11 \times 46,7 \times 6^3}{384 \times 210 \times 10^6 \times 7763 \times 10^{-8}} = 1,77 \times 10^{-2} \text{ m} = 17,7 \text{ mm} < \frac{L}{300} = 20 \text{ mm}.$$

Com a seção alternativa, constituída por um perfil IPE 270, obtinha-se $\delta_{\text{máx}} = 23,8 \text{ mm}$, o que implicava igualmente um aumento da seção; para a seção IPE 300 obtinha-se $\delta_{\text{máx}} = 16, \text{ mm} < L/300 = 20 \text{ mm}$.

Logo a solução seria a seção HEA 240 ($A = 76.84 \text{ cm}^2$) ou em alternativa a seção IPE 300 ($A = 53.81 \text{ cm}^2$).

Exemplo 2: A viga contínua representada a seguir é restringida lateralmente ao longo do seu comprimento por um pavimento misto.



O carregamento proveniente do pavimento, incluindo o peso próprio da viga principal (com um valor estimado), é constituído pelas seguintes ações:

Cargas permanentes: Distribuída = 70 kN/m ($\gamma_G = 1.35$) em toda a viga;
Concentrada = 260 kN ($\gamma_G = 1.35$) na seção B.

Cargas variáveis: Distribuída = 60 kN/m ($\gamma_Q = 1.50$) em toda a viga.

As cargas distribuídas são transmitidas à viga principal sob a forma de cargas pontuais, aplicadas nas seções de apoio das vigas secundárias.

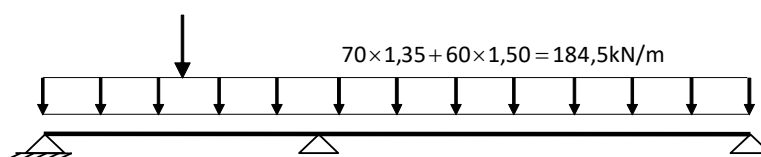
Dimensione a viga principal com um perfil HEA em aço S 275. Obtenha os esforços para o dimensionamento da viga através de uma análise elástica, com uma redistribuição dos momentos negativos até um valor máximo de 15%, conforme é estabelecido na cláusula 5.4.1 (4)B do EC3-1-1.

Resolução:

i) Diagramas de esforços - Considerando que a sobrecarga pode atuar apenas num trecho ou nos dois em simultâneo e que o momento fletor é o esforço condicionante, são definidas três combinações de carga para verificação do estado limite último de resistência, ilustradas a seguir.

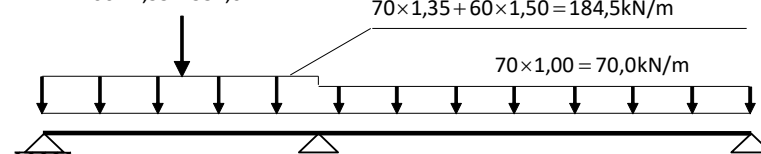
Combinação 1 – Maximização do momento negativo no apoio intermédio.

$$260 \times 1,35 = 351,0 \text{ kN}$$

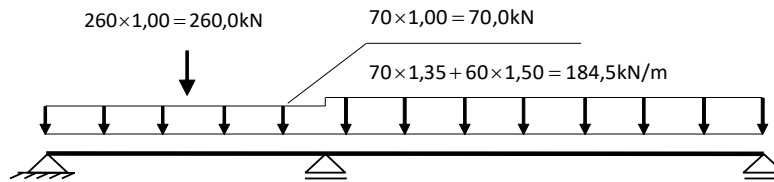


Combinação 2 – Maximização do momento positivo no primeiro tramo.

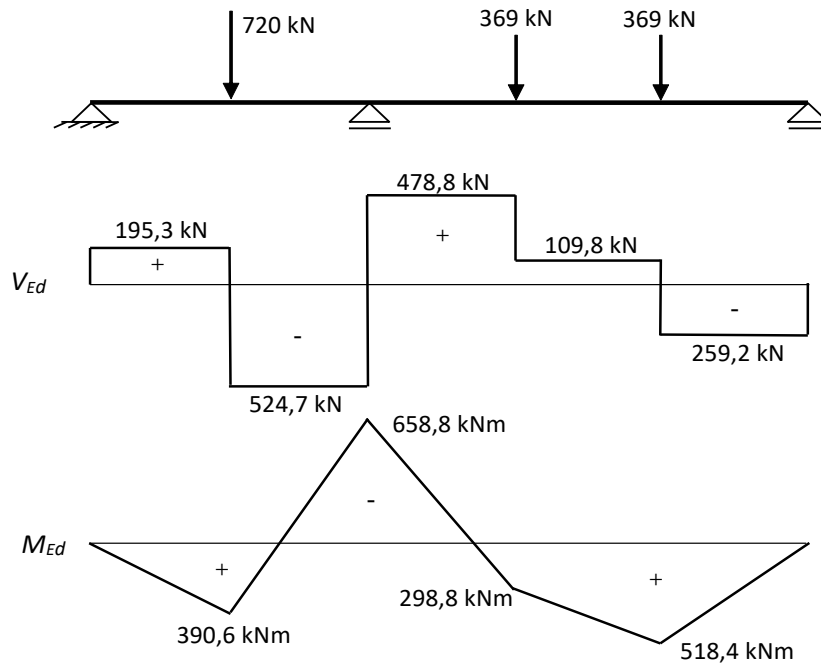
$$260 \times 1,35 = 351,0 \text{ kN}$$



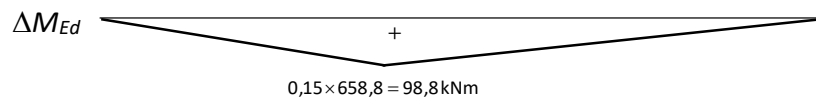
Combinação 3 – Maximização do momento positivo no segundo tramo.



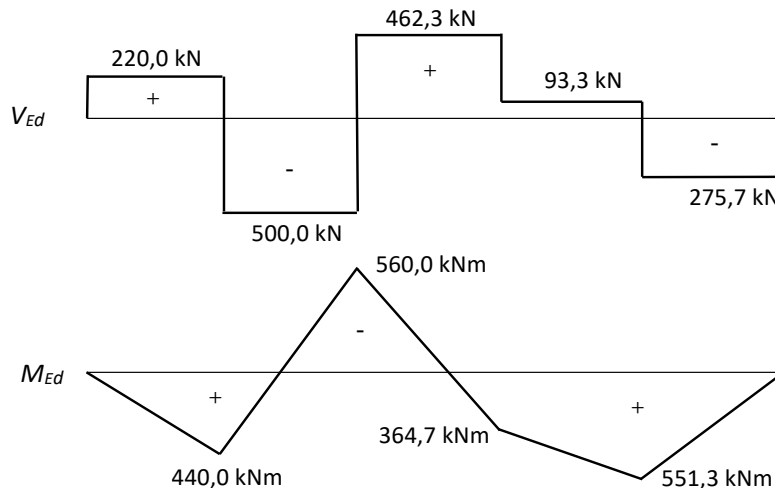
Após a transformação das cargas distribuídas em cargas pontuais, procedendo a uma análise elástica de esforços verifica-se que o momento fletor máximo, em valor absoluto, surge na combinação 1. Para esta combinação, as cargas aplicadas na viga e os correspondentes esforços são indicados abaixo.



Considerando-se o traçado do diagrama de momentos fletores elástico, procede-se a uma redistribuição do momento fletor negativo (momento máximo em módulo) sobre o apoio intermediário. Neste caso, tendo como objetivo minimizar o momento máximo em módulo, pode-se considerar a redistribuição máxima de 15% prevista na cláusula 5.4.1 (4)B do EC3-1-1; a redistribuição de esforços consiste em adicionar à estrutura um sistema de forças em equilíbrio, cujo diagrama de momentos fletores é representado abaixo.



Os diagramas de esforços resultantes, tomados como esforços de cálculo para o dimensionamento da viga, são representados na figura seguinte; analisando-se estes diagramas, verifica-se que os valores máximos do momento fletor e do esforço cortante ocorrem na seção C (apoio intermédio). Os esforços de cálculo para o dimensionamento da viga são os seguintes: $M_{Ed} = 560,0 \text{ kNm}$ e $V_{Ed} = 500,0 \text{ kN}$.



ii) Pré-dimensionamento à flexão

Admitindo que a seção é de classe 1 ou 2, obtém-se a seguinte solução:

$$M_{Ed} = 560,0 \text{ kNm} \leq W_{pl,y} \times 275 \times 10^3 / 1,0$$

$$\Rightarrow W_{pl,y} \geq 2036,4 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 2036,4 \text{ cm}^3.$$

Consultando uma tabela de perfis, obtém-se a seção HEA 360, com $W_{pl,y} = 2088 \text{ cm}^3$ e uma área de corte dada por $A_{vz} = 48.96 \text{ cm}^2$.

iii) Verificação da classe da seção

Alma do perfil à flexão

$$c/t = 261/10 = 26,1 < 72\varepsilon = 72 \times 0,92 = 66,2. \quad (\text{Classe 1})$$

Banzo comprimido do perfil

$$\frac{c}{t} = \frac{300/2 - 10/2 - 27}{17,5} = 6,7 < 9\varepsilon = 9 \times 0,92 = 8,3. \quad (\text{Classe 1})$$

A seção é de classe 1, logo a hipótese admitida no pré-dimensionamento à flexão é verificada.

iv) Verificação do esforço cortante

Sendo a área de corte da seção HEA 360 dada por $A_v = 48.96 \text{ cm}^2$, vem:

$$V_{Ed} = 500,0 \text{ kN} < V_{c,Rd} = V_{pl,Rd} = \frac{A_v f_y}{\gamma_{M0} \sqrt{3}} = \frac{48,96 \times 10^{-4} \times 275 \times 10^3}{1,0 \times \sqrt{3}} = 777,3 \text{ kN}.$$

A verificação da flambagem da alma (sem reforços) por esforço cortante pode ser dispensada (cláusula 6.2.6 (6) do EC3-1-1), pois é verificada a seguinte condição (tomando conservativamente $\eta = 1,0$):

$$\frac{h_w}{t_w} = \frac{315}{10} = 31,5 < 72 \frac{\varepsilon}{\eta} = 72 \times \frac{0,92}{1,0} = 66,2.$$

Em face destas condições fica verificada a resistência ao esforço cortante.

v) Interação flexão - esforço cortante

A seção à esquerda do apoio intermediário (seção C), submetida ao momento fletor máximo e ao esforço cortante máximo, é claramente a seção mais condicionante em termos de interação flexão-esforço cortante.

Como nesta seção $V_{Ed} = 500,0 \text{ kN} > 0,50 \times V_{pl,Rd} = 0,50 \times 777,3 = 388,7 \text{ kN}$, então segundo a cláusula 6.2.8 do EC3-1-1, é necessário reduzir o momento fletor resistente da seção. Sendo $\rho = (2V_{Ed}/V_{pl,Rd} - 1)^2 = (2 \times 500,0/777,3 - 1)^2 = 0,082$, para a seção HEA 360, o momento resistente é dado por:

$$M_{y,V,Rd} = \left(W_{pl,y} - \frac{\rho A_w^2}{4 t_w} \right) \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \left(2088 \times 10^{-6} - \frac{0,082 \times (315 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 10^{-3}} \right) \times \frac{275 \times 10^3}{1,00} = 568,6 \text{ kNm}$$

$$M_{y,V,Rd} = 568,6 \text{ kNm} < M_{c,y,Rd} = W_{pl,y} f_y / \gamma_{M0} = 574,2 \text{ kNm}.$$

Como $M_{Ed} = 560,0 \text{ kNm} < M_{y,V,Rd} = 568,6 \text{ kNm}$, a resistência à flexão é verificada.

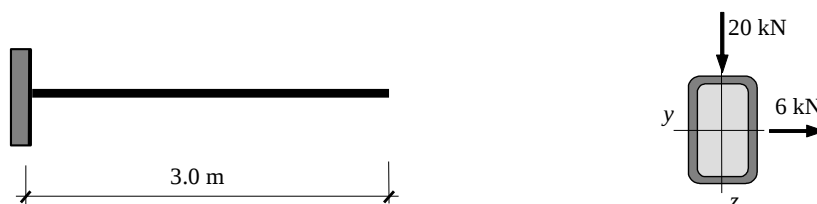
vi) Verificação do estado limite de serviço

Na viga contínua em análise, o deslocamento vertical máximo ocorre no trecho maior, com 6 m de comprimento. Considerando uma combinação de esforços equivalente à combinação 3, mas com os coeficientes de majoração das ações iguais à unidade (correspondente a um estado limite de muito curta duração - combinação rara de ações), obtém-se um deslocamento de 14,9 mm; se considerarmos um limite máximo admissível para a deformação vertical igual ao do exemplo anterior, conclui-se que $\delta_{m\acute{a}x} = 14,9 \text{ mm} < L/300 = 6/300 = 2 \times 10^{-2} \text{ m} = 20 \text{ mm}$, logo a seção HEA 360 é suficiente.

Finalmente conclui-se que, estando a viga restringida lateralmente, a seção HEA 360 em aço S 275 é solução do problema.

Exemplo 3: Dimensione a viga em balanço a seguir, utilizando uma seção retangular tubular em aço S 275. A viga é submetida a duas cargas concentradas (já majoradas), uma de 20 kN (na direção vertical) e uma de 6 kN (na direção horizontal), aplicadas na extremidade livre da viga. Considere que o ELS não é condicionante.

- Efetue um dimensionamento plástico.
- Efetue um dimensionamento elástico.



Resolução:

Como a seção retangular tubular possui uma elevada resistência e rigidez de flexão em torno de ambos os eixos (y e z) e de torção, considera-se que a viga não é susceptível a sofrer fenômenos de flambagem lateral. Como se trata de uma viga em balanço, com um comprimento considerável, admite-se que o esforço cortante resistente da seção necessária para resistir à flexão é bastante superior ao esforço cortante atuante, omitindo-se por isso a sua verificação. Como as deformações também não são condicionantes, o dimensionamento da viga pode ser

efetuado apenas com base na resistência à flexão desviada da seção mais solicitada (seção de engastamento), com momentos flettores de cálculo $M_{y,Ed} = 60 \text{ kNm}$ e $M_{z,Ed} = 18 \text{ kNm}$.

a) Como neste caso o dimensionamento é efetuado com base na resistência plástica à flexão, a seção deve ser de classe 1 ou 2. Como a seção é submetida a flexão segundo os dois eixos (flexão desviada), começa-se por efetuar um pré-dimensionamento à flexão em torno de y e de z, separadamente, obtendo-se:

$$M_{y,Ed} = 60 \text{ kNm} \leq M_{c,Rd} = \frac{W_{pl,y} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{W_{pl,y} \times 275 \times 10^3}{1,00} \Rightarrow W_{pl,y} \geq 218,2 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 218,2 \text{ cm}^3.$$

$$M_{z,Ed} = 18 \text{ kNm} \leq M_{c,Rd} = \frac{W_{pl,z} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{W_{pl,z} \times 275 \times 10^3}{1,00} \Rightarrow W_{pl,z} \geq 65,5 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 65,5 \text{ cm}^3.$$

Com base nas condições anteriores e se considerando que os momentos $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$ atuam em simultâneo, adota-se a solução RHS 200x100x8 mm, com $W_{pl,y} = 286.0 \text{ cm}^3$, $W_{pl,z} = 174.0 \text{ cm}^3$ e $A = 45.10 \text{ cm}^2$.

Para a seção pré-dimensionada, procede-se a seguir à verificação plástica da flexão composta, de acordo com a cláusula 6.2.9.1 (6) do EC3-1-1; sendo:

$$M_{pl,y,Rd} = W_{pl,y} f_y / \gamma_{M0} = 286,0 \times 10^{-6} \times 275 \times 10^3 / 1,00 = 78,7 \text{ kNm},$$

$$M_{pl,z,Rd} = W_{pl,z} f_y / \gamma_{M0} = 174,0 \times 10^{-6} \times 275 \times 10^3 / 1,00 = 47,9 \text{ kNm},$$

e $\alpha = \beta = 1.66$ (seção retangular oca), a flexão desviada é verificada através da seguinte condição:

$$\left[\frac{M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}} \right]^\alpha + \left[\frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}} \right]^\beta \leq 1,0 \Leftrightarrow \left[\frac{60}{78,7} \right]^{1.66} + \left[\frac{18}{47,9} \right]^{1.66} = 0,83 < 1,0.$$

A classificação da seção em flexão desviada pode ser efectuada considerando a situação mais desfavorável, em que uma das abas de maior comprimento fica totalmente comprimida, vindo:

$$\frac{c}{t} \approx \frac{200 - 3 \times 8}{8} = 22 < 33 \epsilon = 33 \times 0,92 = 30,36. \quad (\text{Classe 1})$$

Como a seção é de classe 1, o dimensionamento pode ser efetuado com base na resistência plástica, logo a seção RHS 200x100x8 mm é solução.

b) Nesta alínea, o dimensionamento é efetuado com base na resistência elástica à flexão, logo a seção deve ser de classe não superior a 3. Poderia ainda ser de classe 4, no entanto, nessas circunstâncias a resistência deveria ser obtida com base em uma seção efetiva reduzida. Como a seção está submetida a flexão segundo dois eixos, começa-se por efetuar um pré-dimensionamento à flexão em torno de y e de z, separadamente:

$$M_{y,Ed} = 60 \text{ kNm} \leq M_{c,Rd} = \frac{W_{el,y} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{W_{el,y} \times 275 \times 10^3}{1,00} \Rightarrow W_{el,y} \geq 218,2 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 218,2 \text{ cm}^3.$$

$$M_{z,Ed} = 18 \text{ kNm} \leq M_{c,Rd} = \frac{W_{el,z} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{W_{el,z} \times 275 \times 10^3}{1,00} \Rightarrow W_{el,z} \geq 65,5 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 65,5 \text{ cm}^3.$$

Com base nas condições anteriores e se considerando que os momentos $M_{y,Ed}$ e $M_{z,Ed}$ atuam em simultâneo, adota-se a solução RHS 250x150x6.3 mm, com $W_{el,y} = 334.0 \text{ cm}^3$, $W_{el,z} = 252.0 \text{ cm}^3$ e $A = 48.60 \text{ cm}^2$.

A resistência à flexão composta em regime elástico, de acordo com a cláusula 6.2.9.2 do EC3-1-1, pressupõe a verificação da condição:

$$\sigma_{x,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{275 \times 10^3}{1,00} = 275 \times 10^3 \text{ kPa} = 275 \text{ MPa} .$$

em que $\sigma_{x,Ed}$ é a tensão normal máxima em regime elástico, dada por:

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{M_{y,Ed}}{W_{el,y}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{el,z}} = \frac{60}{334,0 \times 10^{-6}} + \frac{18}{252,0 \times 10^{-6}} = 251,1 \times 10^3 \text{ kPa} .$$

Como $\sigma_{x,Ed} = 251,1 \text{ MPa} < 275 \text{ MPa}$ é verificada a segurança da seção.

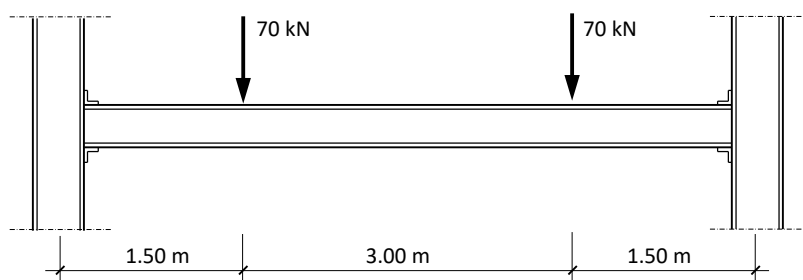
Na classificação da seção considera-se a hipótese conservadora, que consiste em ter a aba maior totalmente comprimida com uma tensão constante (o que só aconteceria em flexão plana em torno de z); logo tem-se:

$$\frac{c}{t} \approx \frac{250 - 3 \times 6,3}{6,3} = 36,7 < 42 \varepsilon = 42 \times 0,92 = 38,64 .$$

Conclui-se assim que a seção RHS 250x150x6.3 mm é de classe não superior a 3, logo solução do problema.

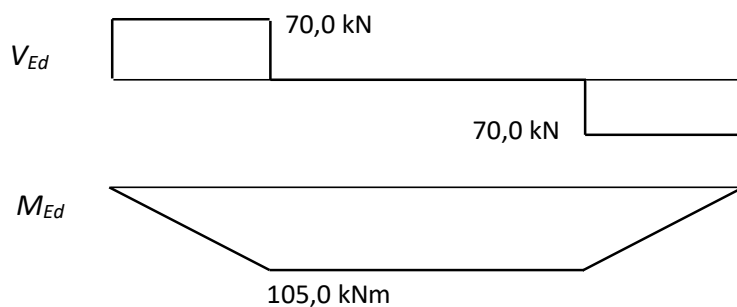
4. Dimensionamento de Vigas Não Travadas Lateralmente

Exemplo 1: A viga representada a seguir é apoiada em colunas por meio de ligações com cantoneiras de mesas. Para um carregamento constituído por duas cargas pontuais de 70 kN, (já majoradas) dimensione a viga utilizando um perfil HEA (e em alternativa um perfil IPE), em aço S 235 ($E = 210$ GPa e $G = 81$ GPa), segundo o EC3-1-1. Despreze a restrição à flexão vertical (em torno de y), à flexão lateral (em torno de z) e ao empenamento nas seções dos apoios; considere no entanto que o tipo de ligação utilizada impede a rotação das seções de apoio em torno do eixo da viga (eixo x). Na verificação da estabilidade da viga considere a possibilidade de a viga ser ou não contraventada lateralmente nas seções de aplicação das cargas.



Resolução:

i) Diagramas de esforços



ii) Flexão e esforço cortante

Como se trata da estrutura de exemplo resolvido anteriormente, a verificação da resistência à flexão e ao esforço cortante levaria à mesma solução, ou seja, à seção HEA 220 com $W_{pl,y} = 568,5$ cm³ (ou em alternativa à seção IPE 270 com $W_{pl,y} = 484$ cm³).

iii) Flambagem lateral (sem contraventamentos intermediários)

iii-1) Método geral

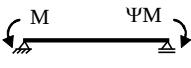
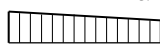
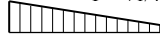
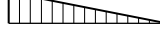
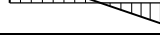
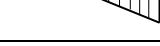
Considerando um perfil da série HEA, considerando-se o efeito da flambagem lateral, agravado pelo fato do elemento não ter qualquer elemento de contraventamento lateral, adota-se uma seção HEA 240, superior à referida acima. As principais características geométricas desta seção

são: $W_{pl,y} = 744.6 \text{ cm}^3$, $I_y = 7763 \text{ cm}^4$, $I_z = 2769 \text{ cm}^4$, $I_T = 41.55 \text{ cm}^4$ e $I_W = 328.5 \times 10^3 \text{ cm}^6$. As características mecânicas do material são definidas por: $f_y = 235 \text{ MPa}$, $E = 210 \text{ GPa}$ e $G = 81 \text{ GPa}$. De acordo com os dados fornecidos, verifica-se que as condições de apoio da viga em análise são semelhantes às do “caso padrão” considerado no estudo da flambagem lateral. Sendo o carregamento constituído por duas cargas pontuais, com o sentido descendente, aplicadas na mesa superior, o momento crítico pode ser obtido através da expressão a seguir.

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(k_z L)^2} \left\{ \left[\left(\frac{k_z}{k_w} \right)^2 \frac{I_W}{I_z} + \frac{(k_z L)^2 G I_T}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{0.5} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right\}$$

em que:

- C_1 , C_2 e C_3 são coeficientes dependentes da forma do diagrama de momentos fletores e das condições de apoio, obtidos a partir dos quadros a seguir para algumas situações correntes;

Carregamento e condições de apoio	Diagrama de momentos	k_z	C_1	C_3	
				$\psi_f \leq 0$	$\psi_f > 0$
	$\Psi = +1$ 	1,0	1,00	1,000	
		0,5	1,05	1,019	
	$\Psi = +3/4$ 	1,0	1,14	1,000	
		0,5	1,19	1,017	
	$\Psi = +1/2$ 	1,0	1,31	1,000	
		0,5	1,37	1,000	
	$\Psi = +1/4$ 	1,0	1,52	1,000	
		0,5	1,60	1,000	
	$\Psi = 0$ 	1,0	1,77	1,000	
		0,5	1,86	1,000	
	$\Psi = -1/4$ 	1,0	2,06	1,000	0,850
		0,5	2,15	1,000	0,650
	$\Psi = -1/2$ 	1,0	2,35	1,000	$1,3 - 1,2\psi_f$
		0,5	2,42	0,950	$0,77 - \psi_f$
	$\Psi = -3/4$ 	1,0	2,60	1,000	$0,55 - \psi_f$
		0,5	2,45	0,850	$0,35 - \psi_f$
	$\Psi = -1$ 	1,0	2,60	$-\psi_f$	$-\psi_f$
		0,5	2,45	$-0,125 - 0,7\psi_f$	$-0,125 - 0,7\psi_f$
▪ Em vigas submetidas a momentos de extremidade, por definição $C_2 z_g = 0$; ▪ $\psi_f = \frac{I_{fc} - I_{ft}}{I_{fc} + I_{ft}}$, sendo I_{fc} e I_{ft} os momentos de inércia dos banzos comprimido e traccionado, respectivamente, em relação ao eixo de menor inércia da secção (eixo z); ▪ C_1 deve ser dividido por 1.05 quando $\frac{\pi}{k_w L} \sqrt{E I_W} \leq 1,0$, mas $C_1 \geq 1,0$.					

- k_z e k_w são factores de comprimento efetivo dependentes das condições de apoio nas extremidades. O factor k_z refere-se a rotações nas secções extremas, em torno do eixo de menor inércia z e k_w refere-se à restrição ao empenamento nas mesmas secções. Estes fatores variam entre 0,5 (deformações impedidas) e 1,0 (deformações livres), sendo iguais a 0,7 no caso de deformações livres numa extremidade e impedidas na outra; como na maioria das situações práticas estas restrições são apenas parciais, conservativamente pode adoptar-se sempre $k_z = k_w = 1,0$;
- $z_g = (z_a - z_s)$, em que z_a e z_s são as coordenadas do ponto de aplicação da carga e do centro de corte, em relação ao centro de gravidade da secção; estas quantidades tomam valores positivos se localizadas na parte comprimida e valores negativos se localizadas na parte traccionada;
- $z_j = z_s - \left(0,5 \int_A (y^2 + z^2) \left(\frac{z}{I_y} \right) dA \right)$ é um parâmetro que traduz o grau de assimetria da secção em relação ao eixo y , sendo nulo em vigas de secção duplamente simétrica (como a secção I ou H de banzos iguais) e tomando valores positivos quando o banzo com maior momento de inércia em torno de z for o banzo comprimido, na secção de momento máximo;

Carregamento e condições de apoio	Diagrama de momentos	k_z	C_1	C_2	C_3
		1,0 0,5	1,12 0,97	0,45 0,36	0,525 0,478
		1,0 0,5	1,35 1,05	0,59 0,48	0,411 0,338
		1,0 0,5	1,04 0,95	0,42 0,31	0,562 0,539

Sendo $L = 6,00$ m, considerando $k_z = k_w = 1,0$, $C_1 = 1,04$ e $C_2 = 0,42$, utilizando a expressão dada anteriormente, obtém-se:

$$M_{cr} = 231,5 \text{ kNm} \Rightarrow \bar{\lambda}_{LT} = 0,87.$$

Sendo $\alpha_{LT} = 0,21$ (secção laminada em H, com $h/b \leq 2$), vem:

$$\phi_{LT} = 0,95 \Rightarrow \chi_{LT} = 0,75.$$

O momento resistente à flambagem lateral é dado por:

$$M_{b,Rd} = 0,75 \times 744,6 \times 10^{-6} \times \frac{235 \times 10^3}{1,0} = 131,2 \text{ kNm} > M_{Ed} = 105,0 \text{ kNm}.$$

Utilizando um perfil da série IPE, seria necessária uma secção IPE 400, cujo momento resistente à flambagem lateral seria dado por $M_{b,Rd} = 131,0 \text{ kNm}$.

A classe da secção HEA 240 é obtida com base na verificação das seguintes condições:

Alma à flexão, $\frac{c}{t} = \frac{164}{7,5} = 21,9 < 72\varepsilon = 72 \times 1 = 72,0$. (Classe 1)

Mesa à compressão, $\frac{c}{t} = \frac{240/2 - 7,5/2 - 21}{12} = 7,9 < 9\varepsilon = 9 \times 1 = 9$. (Classe 1)

Seção HEA 240 é de classe 1 (Seção IPE 400 é igualmente de classe 1).

iii-2) Método alternativo aplicável a seções laminadas ou soldadas equivalentes

Como o método alternativo é menos conservador, considera-se inicialmente o perfil HEA 220 em aço S 235 (pré-dimensionado com base na resistência das seções transversais). Sendo $L = 6,00$ m, $C_1 = 1,04$, $C_2 = 0,42$, $k_z = k_w = 1,0$, $I_z = 1955$ cm⁴, $I_T = 28,46$ cm⁴, $I_W = 193,3 \times 10^3$ cm⁶, $W_{pl,y} = 568,5$ cm³, $E = 210$ GPa, $G = 81$ GPa e $f_y = 235$ MPa, o momento crítico, obtido através da expressão dada anteriormente, é dado por:

$$M_{cr} = 158,8 \text{ kNm} .$$

Com base no momento crítico, obtém-se $\bar{\lambda}_{LT} = 0,92$.

Sendo $\alpha_{LT} = 0,21$ (seção laminada em H, com $h/b \leq 2$), obtém-se:

$$\phi_{LT} = 1,00 \Rightarrow \chi_{LT} = 0,72 , \text{ considerando } \bar{\lambda}_{LT,0} = 0,2 \text{ e } \beta = 1,00 .$$

Sendo $k_c \approx 0,95 \Rightarrow f = 0,98$, obtém-se $\chi_{LT,mod} = 0,73$.

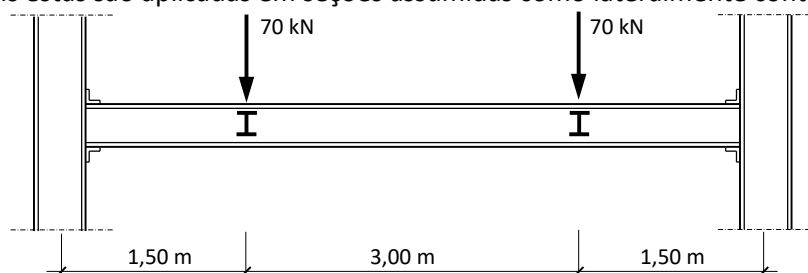
O momento resistente à flambagem lateral é dado por:

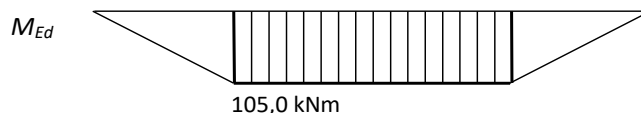
$$M_{b,Rd} = 0,73 \times 568,5 \times 10^{-6} \times \frac{235 \times 10^3}{1,0} = 97,5 \text{ kNm} < M_{Ed} = 105 \text{ kNm} .$$

Como não é verificada a condição anterior, mesmo nos pressupostos do método alternativo, o HEA 220 não é solução do problema; a solução continua a ser o perfil HEA 240 em aço S 235, cujo momento resistente, obtido através do método alternativo, é dado por $M_{b,Rd} = 135,2 \text{ kNm}$. Utilizando um perfil da série IPE, a solução seria o perfil IPE 360, com um momento resistente à flambagem lateral dado por $M_{b,Rd} = 110,4 \text{ kNm}$. A seção HEA 240 e a seção IPE 360, são ambas de classe 1.

iv) Flambagem lateral (com contraventamentos intermediários)

Se a viga for contraventada lateralmente nas seções de aplicação das cargas (através de vigas secundárias ou outros dispositivos que impeçam os deslocamentos laterais da mesa comprimida e consequentemente, as rotações dessas seções em torno do eixo da viga), o comportamento em relação à flambagem lateral é melhorado. O problema agora consiste em avaliar a resistência à flambagem lateral de um trecho de viga com 3,00 m de comprimento, submetido a um diagrama de momentos fletores constante ($M_{Ed} = 105,0$ kNm), como se ilustra na figura seguinte. O momento crítico da viga não é agravado pelo fato de as cargas serem aplicadas na mesa superior, pois estas são aplicadas em seções assumidas como lateralmente contraventadas.





iv-1) Método geral

Para o perfil HEA 220 em aço S 235 (seção mínima, condicionada pela resistência plástica à flexão), sendo $L = 3.00$ m, $C_1 = 1.0$, $k_z = k_w = 1.0$, $I_z = 1955$ cm⁴, $I_T = 28.46$ cm⁴, $I_w = 193.3 \times 10^3$ cm⁶, $W_{pl,y} = 568.5$ cm³, $E = 210$ GPa, $G = 81$ GPa e $f_y = 235$ MPa, o momento crítico obtido através da expressão dada anteriormente é dado por:

$$M_{cr} = 551,3 \text{ kNm} \Rightarrow \bar{\lambda}_{LT} = 0,49.$$

Sendo $\alpha_{LT} = 0,21$ (seção laminada em H, com $h/b \leq 2$), vem:

$$\phi_{LT} = 0,65 \Rightarrow \chi_{LT} = 0,93.$$

O momento resistente à flambagem lateral é dado por:

$$M_{b,Rd} = 0,93 \times 568,5 \times 10^{-6} \times \frac{235 \times 10^3}{1,0} = 124,2 \text{ kNm} > M_{Ed} = 105,0 \text{ kNm},$$

logo o perfil HEA 220 em aço S 235 é solução. Utilizando um perfil da série IPE, a solução baixava para o perfil IPE 300, com um momento resistente à flambagem lateral dado por $M_{b,Rd} = 120,2$ kNm.

Ambas as seções, em aço S 235, submetidas a flexão pertencem à classe 1.

iv-2) Método alternativo aplicável a seções laminadas ou soldadas equivalentes

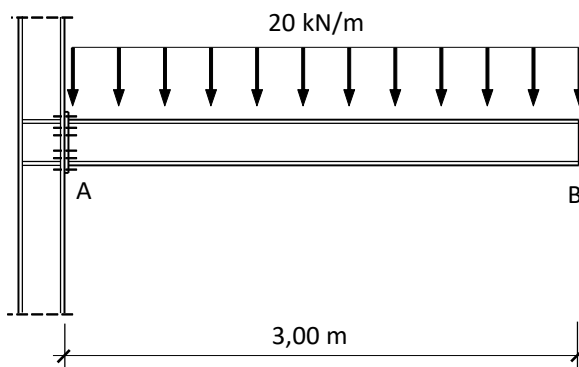
A aplicação deste método conduz a uma solução igual à anterior, obtendo-se $M_{b,Rd} = 124,2$ kNm com o perfil HEA 220 e $M_{b,Rd} = 120,2$ kNm com o perfil IPE 300, uma vez que neste caso o parâmetro f é igual à unidade.

v) Considerações finais

Adicionando a verificação do estado limite de deformação, efetuada em exemplo anterior, o quadro a seguir resume as diversas possibilidades para o dimensionamento da viga.

Critérios	Viga não contraventada	Viga contraventada
Resistência das seções transversais	HEA 220 ou IPE 270	
Flambagem lateral (Método geral)	HEA 240 ou IPE 400	HEA 220 ou IPE 300
Flambagem lateral (Método alternativo)	HEA 240 ou IPE 360	HEA 220 ou IPE 300
ELS	HEA 240 ou IPE 300	
Solução	HEA 240 ou IPE 360	HEA 240 ou IPE 300

Exemplo 2: Dimensione a viga em balanço ilustrada a seguir, utilizando uma seção IPE em aço S 275 ($E = 210 \text{ GPa}$ e $G = 81 \text{ GPa}$), para o carregamento indicado, aplicado na mesa superior do perfil. Verifique o estado limite último de resistência ($\gamma = 1.50$) e o estado limite de serviço ($\gamma = 1.00$), considerando um deslocamento máximo admissível de $L/200$.



Resolução:

i) Flexão e esforço cortante

Para a verificação do estado limite último de resistência (carga majorada com $\gamma = 1.50$), a viga fica submetida a um diagrama de esforço cortante linear, com $V_A = 90,0 \text{ kN}$ e $V_B = 0,0 \text{ kN}$ e a um diagrama de momentos fletores parabólico, com $M_A = 135,0 \text{ kNm}$ e $M_B = 0,0 \text{ kNm}$. Consequentemente, os esforços de dimensionamento são: $V_{Ed} = 90,0 \text{ kN}$ e $M_{Ed} = 135,0 \text{ kNm}$. Como se trata de uma viga em balanço procede-se ao pré-dimensionamento da seção de forma a limitar a deformação máxima na seção de extremidade (estado limite de serviço), considerando uma carga dada por $p_{Ed} = 1,00 \times 20 = 20 \text{ kN/m}$. Com base na fórmula de cálculo do deslocamento elástico na seção de extremidade de uma viga em balanço submetida a uma carga uniformemente distribuída, obtém-se:

$$\delta_{\max} = \delta_B = \frac{p_{Ed} L^4}{8EI} = \frac{20 \times 3^4}{8 \times 210 \times 10^6 I} \leq \frac{L}{200} = \frac{3}{200} = 0,015 \text{ m} = 15 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow I \geq 6428,6 \times 10^{-8} \text{ m}^4 = 6428,6 \text{ cm}^4.$$

Consultando uma tabela de perfis da série IPE, obtém-se a seção IPE 300 com $I_y = 8356 \text{ cm}^4$.

Admitindo que a seção anterior pertence à classe 1 ou 2, o seu momento fletor resistente é dado por:

$$M_{c,Rd} = W_{pl,y} f_y / \gamma_{M0} = 628,4 \times 10^{-6} \times 275 \times 10^3 / 1,0 = 172,8 \text{ kNm},$$

sendo a resistência à flexão verificada através da condição:

$$M_{c,Rd} = 172,8 \text{ kNm} > M_{Ed} = 135,0 \text{ kNm}.$$

Sendo a área de corte dada por $A_v = 25.68 \text{ cm}^2$, a resistência da seção ao esforço cortante é verificada através da seguinte condição:

$$V_{Ed} = 90,0 \text{ kN} < V_{pl,Rd} = \frac{A_v f_y}{\gamma_{M0} \sqrt{3}} = \frac{25,68 \times 10^{-4} \times 275 \times 10^3}{1,0 \times \sqrt{3}} = 407,7 \text{ kN}.$$

Para a alma não reforçada, considerando conservativamente $\eta = 1$, vem:

$$\frac{h_w}{t_w} = \frac{278,6}{7,1} = 39,2 < 72 \frac{\varepsilon}{\eta} = 72 \times \frac{0,92}{1,0} = 66,2,$$

logo, segundo a cláusula 6.2.6 (6) do EC3-1-1, é dispensada a verificação da flambagem da alma por esforço cortante.

A interação entre o momento fletor e o esforço cortante (segundo a cláusula 6.2.8 do EC3-1-1) deve ser verificada na seção de engastamento. Como nessa seção $V_{Ed} = 90,0 \text{ kN} < 0,50 \times V_{pl,Rd} = 0,50 \times 407,7 = 203,9 \text{ kN}$, então não é necessário reduzir o momento fletor resistente da seção.

A verificação da classe da seção, segundo 5.5 do EC3-1-1, é efetuada com base nas seguintes condições:

Alma do perfil à flexão,

$$c/t = 248,6/7,1 = 35,0 < 72 \varepsilon = 72 \times 0,92 = 66,2. \quad (\text{Classe 1})$$

Banzo comprimido do perfil,

$$\frac{c}{t} = \frac{150/2 - 7,1/2 - 15}{10,7} = 5,3 < 9 \varepsilon = 9 \times 0,92 = 8,3. \quad (\text{Classe 1})$$

Como ambas as partes da seção são de classe 1, a seção é globalmente de classe 1, o que comprova a validade da hipótese considerada na verificação da flexão.

ii) Flambagem lateral

Na viga em balanço do problema em análise, o engastamento é materializado por uma ligação viga-coluna aparafusada com placa de extremidade estendida para cima e para baixo das mesas da viga, sendo a alma da coluna reforçada. Com esta geometria consegue-se geralmente obter ligações bastante rígidas; por conseguinte, neste problema admite-se que, para além da flexão vertical, também a flexão lateral e o empenamento estão restringidos na seção de engastamento. Como na extremidade livre não existe qualquer restrição, o momento crítico pode ser obtido através da expressão abaixo.

$$M_{cr} = 27 \frac{\sqrt{E I_z G I_T}}{L} \left[1 + \frac{1,4(\varepsilon - 0,1)}{\sqrt{1 + 1,96(\varepsilon - 0,1)^2}} \right] + 10(K - 2) \frac{\sqrt{E I_z G I_T}}{L} \left[1 + \frac{1,3(\varepsilon - 0,1)}{\sqrt{1 + 1,69(\varepsilon - 0,1)^2}} \right],$$

onde os parâmetros ε e K são definidos por: $\varepsilon = \frac{2 \gamma_Q}{h_m} \frac{K}{\pi}$ e $K = \sqrt{\frac{\pi^2 E I_w}{G I_T L^2}}$, sendo h_m a distância entre a linha média das mesas da seção.

Caso a seção de engastamento não garantisse os níveis de restrição referidos, seria mais prudente avaliar o momento crítico através de uma expressão mais adequada, no limite através da expressão abaixo.

$$M_{cr} = 15 \frac{\sqrt{E I_z G I_T}}{L} \left[1 + \frac{1.8(\varepsilon - 0.3)}{\sqrt{1 + 3.24(\varepsilon - 0.3)^2}} \right] + 4(K - 2) \frac{\sqrt{E I_z G I_T}}{L} \left[1 + \frac{2.8(\varepsilon - 0.4)}{\sqrt{1 + 7.84(\varepsilon - 0.4)^2}} \right]$$

A seção pré-dimensionada (IPE 300) possui as seguintes propriedades geométricas: $I_z = 603.8 \text{ cm}^4$, $I_T = 20.12 \text{ cm}^4$, $I_W = 125.9 \times 10^3 \text{ cm}^6$, $W_{pl,y} = 628.4 \text{ cm}^3$. Para o material utilizado, as principais propriedades mecânicas são: $f_y = 275 \text{ MPa}$, $E = 210 \text{ GPa}$ e $G = 81 \text{ GPa}$.

Utilizando a primeira expressão fornecida neste exemplo, com $y_Q = -150 \text{ mm}$ e $h = 300 \text{ mm}$, obtém-se:

$$M_{cr} = 388,6 \text{ kNm} \quad \Rightarrow \quad \bar{\lambda}_{LT} = 0,67.$$

Sendo $\alpha_{LT} = 0,21$ (seção laminada em I , com $h/b \leq 2$), obtém-se, segundo o método geral previsto na cláusula 6.3.2.2 do EC3-1-1:

$$\phi_{LT} = 0,77 \quad \Rightarrow \quad \chi_{LT} = 0,87.$$

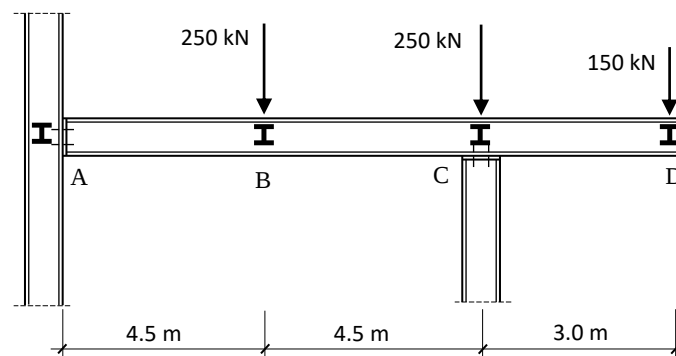
O momento resistente à flambagem lateral é dado por:

$$M_{b,Rd} = 0,87 \times 628,4 \times 10^{-6} \times \frac{275 \times 10^3}{1,0} = 150,3 \text{ kNm}.$$

Como $M_{b,Rd} = 150,3 \text{ kNm} > M_{Ed} = 135,0 \text{ kNm}$, é verificada a segurança em relação à flambagem lateral, sendo a solução constituída por um perfil IPE 300 em aço S 275.

Exemplo 3: Dimensione a viga representada na figura seguinte, utilizando uma seção do tipo IPE em aço S 355 ($E = 210 \text{ GPa}$ e $G = 81 \text{ GPa}$), admitindo que o carregamento indicado já constitui o carregamento de cálculo.

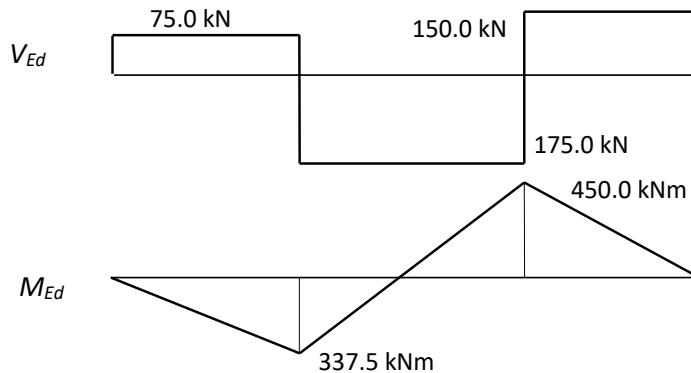
Despreze a restrição à flexão vertical, à flexão lateral e ao empenamento nas seções dos apoios A e C; considere no entanto que as seções A, B, C e D estão impedidas de rodar em torno do eixo da viga (seções contraventadas lateralmente pelas vigas secundárias).



Resolução:

i) Diagramas de esforços

De acordo com os dados apresentados, desprezando a rigidez de flexão das ligações, a viga pode ser analisada como simplesmente apoiada, com um tramo em consola, sendo os diagramas de esforços indicados conforme apresentado abaixo.



ii) Resistência à flexão e ao esforço cortante

Começando por efetuar um pré-dimensionamento à flexão, admitindo que a seção é de classe 1 ou 2, obtém-se:

$$M_{Ed} = 450,0 \text{ kNm} \leq W_{pl,y} f_y / \gamma_{M0} = W_{pl,y} \times 355 \times 10^3 / 1,0$$

$$\Rightarrow W_{pl,y} \geq 1267,6 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 1267,6 \text{ cm}^3.$$

Consultando uma tabela de perfis IPE, a primeira solução corresponde à seção IPE 400 com $W_{pl,y} = 1307 \text{ cm}^3$. Sendo o módulo plástico desta seção pouco superior ao mínimo necessário para a verificação da resistência à flexão e como neste tipo de elementos a flambagem lateral tende a ser o efeito condicionante, adopta-se a seção IPE 450 com $W_{pl,y} = 1702 \text{ cm}^3$.

Verificação da classe da seção (segundo 5.5 do EC3-1-1):

Alma do perfil à flexão,

$$c/t = 378,8/9,4 = 40,3 < 72 \varepsilon = 72 \times 0,81 = 58,3. \quad (\text{Classe 1})$$

Mesa comprimida do perfil,

$$\frac{c}{t} = \frac{190/2 - 9,4/2 - 21}{14,6} = 4,7 < 9 \varepsilon = 9 \times 0,81 = 7,3. \quad (\text{Classe 1})$$

Como ambas as partes são de classe 1, a seção é de classe 1 e a hipótese admitida no pré-dimensionamento à flexão é verificada.

Sendo a área de corte dada por $A_v = 50,85 \text{ cm}^2$, a resistência ao esforço cortante fica assegurada através da verificação da seguinte condição:

$$V_{Ed} = 175 \text{ kN} < V_{pl,Rd} = \frac{A_v f_y}{\gamma_{M0} \sqrt{3}} = \frac{50,85 \times 10^{-4} \times 355 \times 10^3}{1,0 \times \sqrt{3}} = 1042,2 \text{ kN}.$$

A verificação da flambagem da alma (não reforçada) por esforço cortante (segundo a cláusula 6.2.6 (6) do EC3-1-1), considerando conservadoramente $\eta = 1$, pode ser dispensada através da verificação seguinte condição:

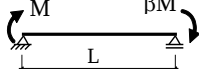
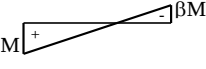
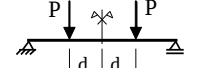
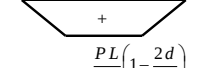
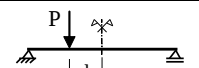
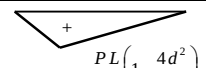
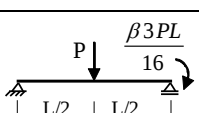
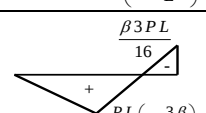
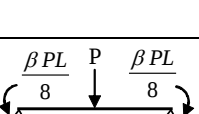
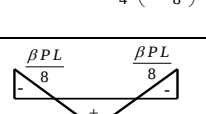
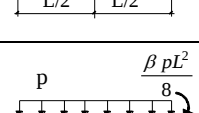
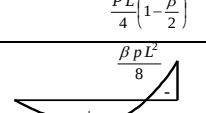
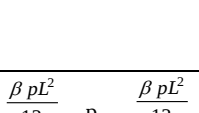
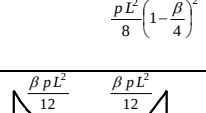
$$\frac{h_w}{t_w} = \frac{420,8}{9,4} = 44,8 < 72 \frac{\varepsilon}{\eta} = 72 \times \frac{0,81}{1,0} = 58,3.$$

A interacção entre o momento fletor e o esforço cortante deve ser verificada na seção C, à esquerda. No entanto, segundo 6.2.8 do EC3-1-1, como nessa seção $V_{Ed} = 175,0 \text{ kN} < 0,50 \times V_{pl,Rd} = 0,50 \times 1042,2 = 521,1 \text{ kN}$, não é necessário reduzir o momento fletor resistente da seção.

iii) Flambagem lateral

Neste exemplo a flambagem lateral será verificada pelo método geral proposto no Eurocódigo 3 - Parte 1-1. Assumindo que a restrição à flexão lateral e ao empenamento, ou não existe (caso da seção D) ou é desprezável (casos das seções A, B e C), pode-se considerar que os três trechos da viga possuem restrições à flambagem lateral iguais e iguais às do “caso padrão”. Em relação ao trecho em balanço C-D, refira-se que as expressões dadas no item ii) do exemplo anterior não são aplicáveis pois pressupõem que a extremidade livre da viga em balanço não possui restrições à flexão lateral e ao empenamento. Considerando-se a forma e os valores máximos dos diagramas de momentos fletores, inicialmente nenhum trecho poderá ser excluído da verificação da flambagem lateral. Neste exemplo, os momentos críticos serão calculados através da expressão abaixo:

$$M_{cr} = \alpha_m M_{cr}^E \quad \text{com} \quad M_{cr}^E = \frac{\pi}{L} \sqrt{G I_T E I_z \left(1 + \frac{\pi^2 E I_w}{L^2 G I_T} \right)} \quad (\text{caso padrão}) \quad \text{e} \quad \alpha_m \text{ obtido através da tabela a seguir:}$$

Elementos	Diagrama de momentos fletores	α_m	Limites de validade
		$1,75 + 1,05\beta$ $+ 0,3\beta^2 \leq 2,5$	$-1 \leq \beta \leq 1$
		$1,0 + 0,35(1 - 2d/L)^2$	$0 \leq \frac{2d}{L} \leq 1$
		$1,35 + 0,4(2d/L)^2$	$0 \leq \frac{2d}{L} \leq 1$
		$1,35 + 0,15\beta$	$0 \leq \beta \leq 0,89$
		$-1,2 + 3\beta$	$0,89 \leq \beta \leq 1$
		$1,35 + 0,36\beta$	$0 \leq \beta \leq 1$
		$1,13 + 0,10\beta$	$0 \leq \beta \leq 0,7$
		$-1,25 + 3,5\beta$	$0,7 \leq \beta \leq 1$
		$1,13 + 0,12\beta$	$0 \leq \beta \leq 0,75$
		$-2,38 + 4,8\beta$	$0,75 \leq \beta \leq 1$

As principais características geométricas da seção pré-dimensionada (IPE 450) são as seguintes: $I_z = 1676 \text{ cm}^4$, $I_T = 66.87 \text{ cm}^4$, $I_W = 791 \times 10^3 \text{ cm}^6$ e $W_{pl,y} = 1702 \text{ cm}^3$. As principais propriedades mecânicas do aço S 355 são: $f_y = 355 \text{ MPa}$, $E = 210 \text{ GPa}$ e $G = 81 \text{ GPa}$.

Análise do trecho A-B

Utilizando a expressão de M_{cr} dada anteriormente, obtém-se:

$$\beta = 0,00 \Rightarrow \alpha_m = 1,75 \Rightarrow M_{cr} = 842,5 \text{ kNm} \Rightarrow \bar{\lambda}_{LT} = 0,85.$$

Sendo $\alpha_{LT} = 0,34$ (seção laminada em I, com $h/b > 2$), vem:

$$\phi_{LT} = 0,97 \Rightarrow \chi_{LT} = 0,70.$$

O momento resistente à flambagem lateral é dado por:

$$M_{b,Rd} = 0,70 \times 1702 \times 10^{-6} \times \frac{355 \times 10^3}{1,0} = 422,9 \text{ kNm}.$$

Como $M_{b,Rd} = 422,9 \text{ kNm} > M_{Ed} = 337,5 \text{ kNm}$, fica verificada a segurança à flambagem lateral no trecho A-B.

Análise do trecho B-C

De acordo com o Quadro 3.7, tem-se: $\beta = 337,5/450 = 0,75 \Rightarrow \alpha_m = 2,71$. Como α_m deve ser menor ou igual que 2,5, deve tomar-se $\alpha_m = 2,50$; por conseguinte, utilizando a mesma expressão, obtém-se:

$$M_{cr} = 1203,6 \text{ kNm} \Rightarrow \bar{\lambda}_{LT} = 0,71.$$

Sendo $\alpha_{LT} = 0,34$ (seção laminada em I, com $h/b > 2$), vem:

$$\phi_{LT} = 0,84 \Rightarrow \chi_{LT} = 0,78.$$

O momento resistente à flambagem lateral é dado por:

$$M_{b,Rd} = 0,78 \times 1702 \times 10^{-6} \times \frac{355 \times 10^3}{1,0} = 471,3 \text{ kNm}.$$

Como $M_{b,Rd} = 471,3 \text{ kNm} > M_{Ed} = 450,0 \text{ kNm}$, fica igualmente verificada a segurança à flambagem lateral no trecho B-C.

Análise do trecho C-D

Utilizando igualmente a expressão anterior, obtém-se:

$$\beta = 0,00 \Rightarrow \alpha_m = 1,75 \Rightarrow M_{cr} = 1671,4 \text{ kNm} \Rightarrow \bar{\lambda}_{LT} = 0,60.$$

Sendo $\alpha_{LT} = 0,34$ (seção laminada em I, com $h/b > 2$), vem:

$$\phi_{LT} = 0,75 \Rightarrow \chi_{LT} = 0,83.$$

O momento resistente à flambagem lateral é dado por:

$$M_{b,Rd} = 0,83 \times 1702 \times 10^{-6} \times \frac{355 \times 10^3}{1,0} = 501,5 \text{ kNm}.$$

Como $M_{b,Rd} = 501,5 \text{ kNm} > M_{Ed} = 450,0 \text{ kNm}$, fica também verificada a segurança à flambagem lateral no trecho C-D.

Finalmente, com base em todas as verificações efectuadas, conclui-se que a seção IPE 450 em aço S 355 é solução do problema.