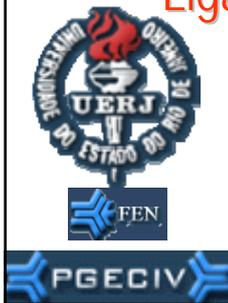
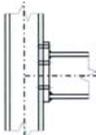


Ligações Semi-Rígidas - Introdução



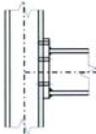
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
PGECIV - Mestrado Acadêmico
Faculdade de Engenharia – FEN/UERJ
Disciplina: Tópicos Especiais em Projeto
Professor: Luciano Rodrigues Ornelas de Lima





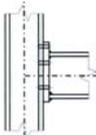
1. Introdução

- As ligações estruturais desempenham um papel fundamental no comportamento global das estruturas de aço
- Atualmente, considera-se que o comportamento real das ligações encontra-se entre duas situações extremas, ou seja, **rígidas** ou **flexíveis**
- **Ligação rígida** → os membros ligados por ela sofrem a **mesma rotação**, ou seja, em qualquer ligação viga-coluna, a distribuição de momentos fletores ocorre de acordo com a **rigidez à flexão** destes membros

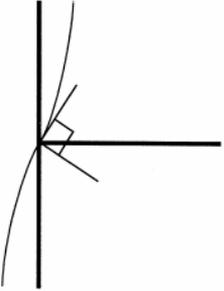


1. Introdução

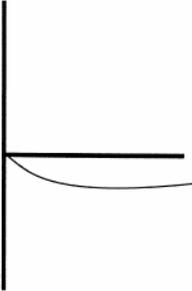
- **Ligação flexível** → a **viga** é considerada como **bi-apoiada** não ocorrendo transmissão de esforços de flexão da viga para a coluna
- Ligações **rígidas** → deformação por **flexão**
- Ligações **flexíveis** → possuem um certo grau de **restrição** desta **rotação**
- **Casos intermediários** → o momento transmitido será resultante da rotação relativa entre a viga e a coluna → **Ligação semi-rígida**



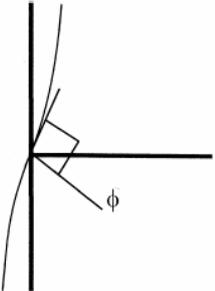
1. Introdução



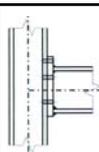
rígida



flexível

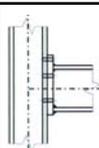


semi-rígida



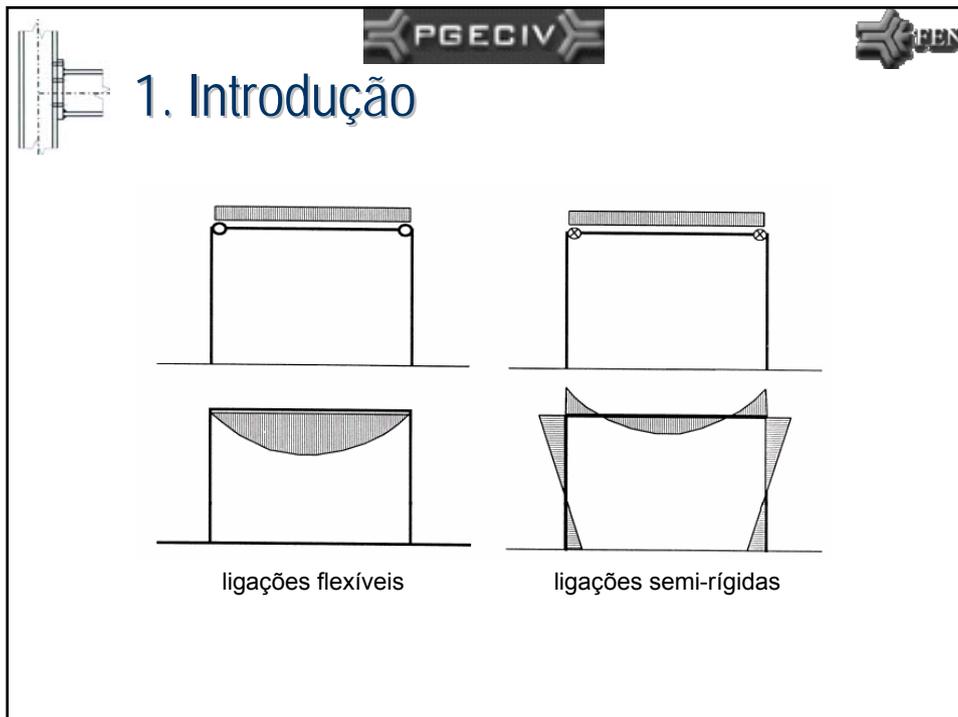
1. Introdução

- Dimensionamento de **pórticos c/ ligações rígidas** → o **momento máximo positivo** atuante nas vigas do pórtico seja **maior** do que o calculado
- Esta diferença, que também gera um **alívio** de sollicitação nas **colunas**, pode levar ao colapso da estrutura em casos extremos ou, pelo menos, ao desconhecimento da segurança envolvida no projeto destas peças
- O **momento de engastamento perfeito** existente na viga **não** é totalmente **transmitido** pela ligação



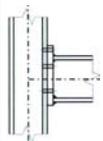
1. Introdução

- Por outro lado, se o dimensionamento for executado utilizando o conceito de **ligação flexível**, as **colunas** estarão, na realidade, sujeitas à **flexo-compressão**
- Se as **vigas** estão **superdimensionadas**, um **colapso** das colunas, ou melhor, **vigas-colunas**, poderá ocorrer pois estarão submetidas a esforços de flexão não considerados no dimensionamento inicial → a **segurança estrutural desconhecida**



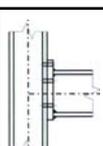
1. Introdução

- **Pórticos Deslocáveis**
 - ✓ estabilidade lateral garantida pelas ligações rígidas
 - ✓ ligações flexíveis → necessidade de contraventamento
 - ✓ ligações semi-rígidas → contribuem com uma parcela da **rigidez** necessária a **estabilidade lateral** do pórtico, de **forma** mais **econômica**.
- **Pórticos Indeslocáveis**
 - ✓ **ligações semi-rígidas** → diminuição dos **esforços na viga** e conseqüentemente, do contraventamento



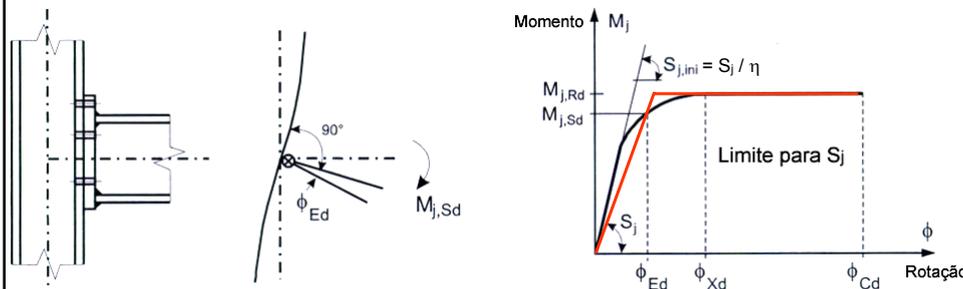
1. Introdução

- Algumas **normas** de projeto e dimensionamento de estruturas de aço atuais consideram que as **ligações** possuem um comportamento **semi-rígido**
- Primeiras considerações:
 - ✓ **Modelo Kishi & Chen** → ligação c/ dupla cantoneira de alma, cantoneira de apoio e topo
 - ✓ **Anexo J (Eurocode 3)** → qualquer ligação
- Última atualização → **Eurocode 3 - parte 1.8** → incorporou o extinto Anexo J → dimensionamento destas ligações é baseado no **Método das Componentes**

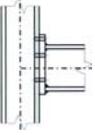


2. Caracterização de LSR

- Curva momento x rotação

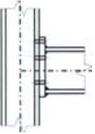


- momento resistente → $M_{j,Rd}$
- rigidez inicial rotacional → $S_{j,ini}$
- capacidade de rotação → ϕ_{Cd}



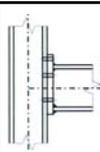
2. Caracterização de LSR

- O nível de **sofisticação** na **modelagem** do comportamento das **ligações viga-coluna** → **tipo** de **análise estrutural** global a ser executada
- A curva **momento x rotação** de uma ligação → pode ser simplificada adotando-se uma curva aproximada adequada
 - ✓ aproximações lineares (por exemplo, bi-linear ou tri-linear)
 - ✓ curvas polinomiais
 - ✓ etc.



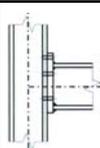
2. Caracterização de LSR

- Os **métodos** para predição do **comportamento de ligações viga-coluna** podem ser divididos em cinco diferentes categorias
 - ✓ modelos empíricos
 - ✓ modelos analíticos
 - ✓ modelos mecânicos
 - ✓ modelos de elementos finitos
 - ✓ ensaios experimentais
- Dentre os métodos citados acima, os **modelos mecânicos** são os mais utilizados atualmente



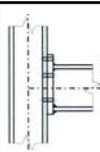
2. Caracterização de LSR

- Sugere-se que, por **questões de economia**, adote-se o **comportamento semi-rígido das ligações**, pois estas apresentam **grau de continuidade suficiente** que permite uma influência significativa no estado de tensões interno e na deformação do pórtico [COUN93]
- Esta alteração não ocasiona **nenhuma mudança** no **detalhamento da ligação** adotada, ou seja, não aumenta o custo de fabricação e/ou montagem.



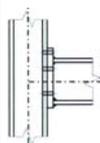
2. Caracterização de LSR

- A influência no comportamento da viga e da coluna na continuidade parcial fornecida pela ligação é altamente complexa
- A **restrição à rotação** gerada por estas ligações **reduz** significativamente as suas **flechas**, o que tende a aumentar proporcionalmente a relação vão/altura da viga ou a resistência do aço utilizado
- Com isso, **a dimensão das vigas pode**, em alguns casos, ser **governada não mais pelos estados limites de serviço**, como em alguns pórticos, mas pelos **estados limites últimos**
- Esta situação torna atrativa a utilização de ligações semi-rígidas nos dias atuais



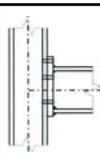
2. Caracterização de LSR

- Um método de aplicação dos estados limites plásticos e elásticos de vigas com rotações nas extremidades parcialmente restritas, juntamente com a curva momento x rotação das ligações, será apresentado a seguir
- Isto será um ponto chave de uma relação entre os esforços e os parâmetros geométricos dos perfis utilizados
- Um exemplo para a ilustração da aplicação do método com as principais características do sistema viga x ligação e o ganho de resistência quando comparados aos sistemas tradicionais, serão apresentados a seguir.



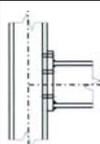
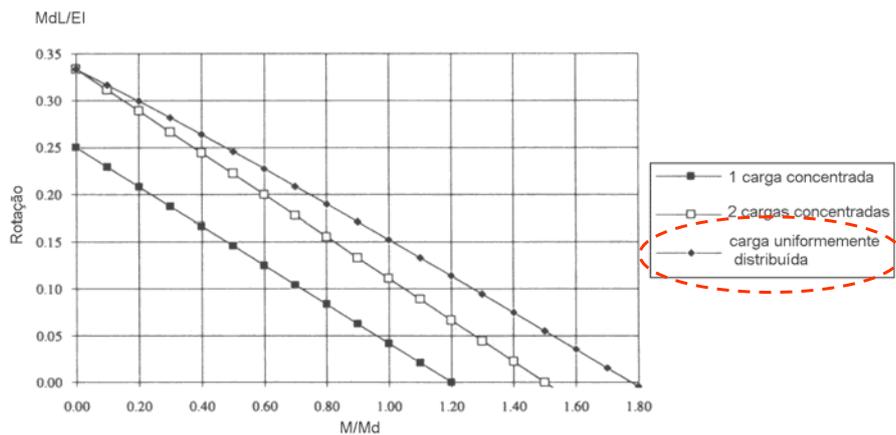
3. EL Viga com ϕ nas Extremidades Parcialmente Restritas

- Diversas análises têm sido feitas para se determinar as rotações requeridas nas ligações viga x coluna [NETH95], utilizando-se vários tipos de carregamento e de propriedades de viga
- Foram analisadas vigas com carregamento uniformemente distribuído, vigas com uma carga concentrada no meio do vão e vigas com duas cargas concentradas espaçadas entre si de um terço do vão.



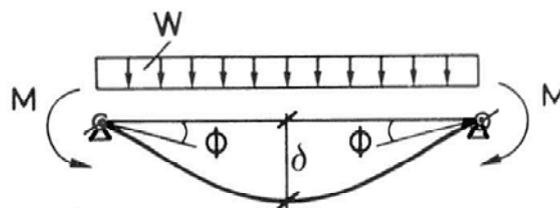
3. EL Viga com ϕ nas Extremidades Parcialmente Restritas

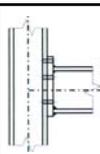
- Comparação entre rotações elásticas requeridas



3. EL Viga com ϕ nas Extremidades Parcialmente Restritas

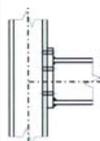
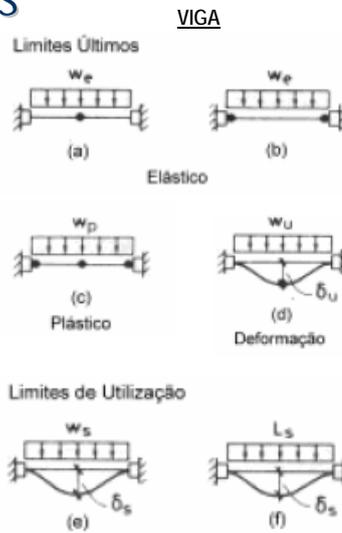
- Viga adotada para o estudo → com restrições nas extremidades iguais e sujeitas ao carregamento uniformemente distribuído w .





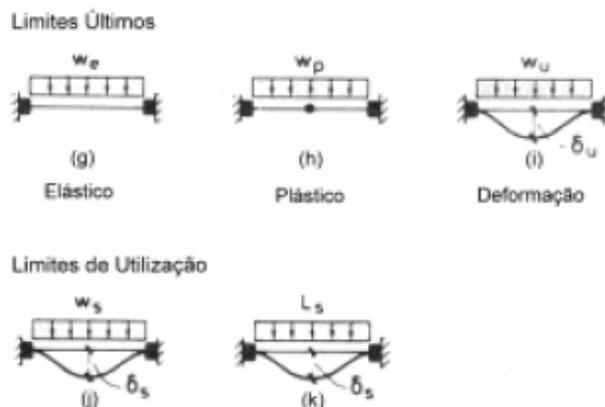
3. EL Viga com ϕ nas Extremidades Parcialmente Restritas

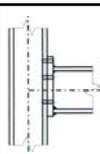
- A **teoria de rótulas plásticas** → análise c/ um modelo elasto-plástico para a relação momento x curvatura da seção da viga → **fase elástica estendendo-se até o momento plástico M_p**
 - ✓ **Resistência elástica:** formação da primeira rótula plástica no meio do vão ou duas rótulas simultâneas nas extremidades → (a) e (b)
 - ✓ **Resistência plástica:** formação de um mecanismo plástico completo → (c)
 - ✓ **Deformação excessiva:** onde o valor limite de flecha δ_u no meio do vão é atingido antes de algum estado limite último → (d)



3. EL Viga com ϕ nas Extremidades Parcialmente Restritas

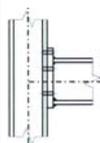
CONJUNTO VIGA E LIGAÇÃO





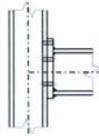
3. EL Viga com ϕ nas Extremidades Parcialmente Restritas

- Os **métodos tradicionais** de análise se concentram na **viga**, considerada como um **membro** com restrições de **extremidades não-lineares**, e se referem a estes como **estados limites últimos**
- Isto implica que as **ligações** só são **verificadas** quanto à sua **capacidade de rotação** que **permita** à **viga atingir a configuração de projeto**
- Como consequência, aceita-se o fato de que a **plasticidade** pode se desenvolver **nas ligações**, mesmo que um **projeto elástico** esteja sendo adotado



3. EL Viga com ϕ nas Extremidades Parcialmente Restritas

- Para uma **consistência no projeto estrutural**, deve-se estabelecer **estados limites** que abrangem todo o **conjunto ligação/viga**
- Se a curva **$M \times \phi$ real das ligações** é utilizada, os **mesmos estados limites plásticos** aplicados à viga mostrados anteriormente **podem ser considerados**, com **pequena mudança** devido à adoção da hipótese de que **rótulas plásticas se formarão nas suas extremidades** (h) e (i)
- O **estado limite elástico da viga**, entretanto, deve também estar relacionado ao **estado limite elástico da ligação** (g)
- O **projeto nos estados limites** também envolve **condições de utilização ou serviço** a serem obedecidas, como a **flecha no meio do vão δ_s** , após o perfil ser submetido ao **carregamento total** (j) ou somente ao **acidental** (k), de acordo com a **norma utilizada**



4. Domínio dos EL de uma Viga

- ✓ Viga simplesmente apoiada ⇒ coincidência dos estados limites últimos plásticos e elásticos

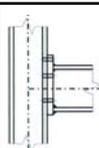


Formação de rótula plástica no meio do vão

$$W_{p,0} = \frac{8M_p}{L^2}$$

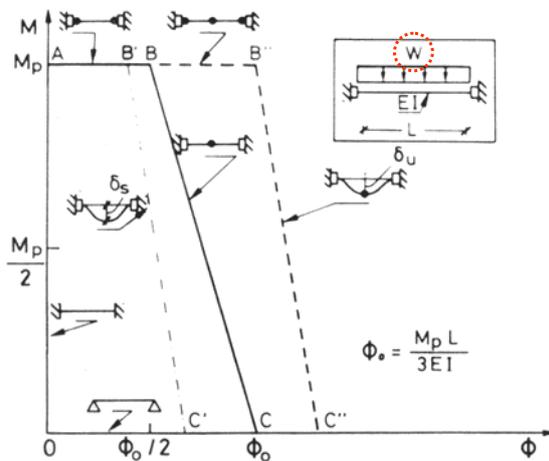
$$\phi_0 = \frac{M_p L}{3EI}$$

$$\delta_o = \frac{5M_p L^2}{48EI}$$



4. Domínio dos EL de uma Viga

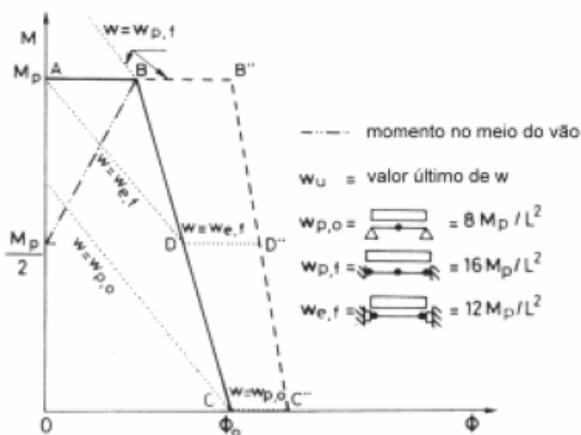
Domínio M - ϕ



- elástico (no meio do vão) → linha BC
- elástico (nas extremidades da viga) → linha AB
- plástico → formação de um mecanismo de viga → linha BB"
- deformação excessiva → linha B"C"
- estado limite de serviço ou utilização → linha B'C'

4. Domínio dos EL de uma Viga

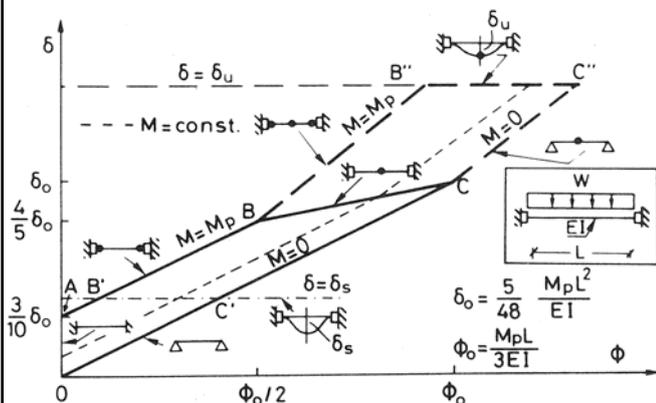
Domínio M - ϕ



- diferentes valores de w
- $w_{p,f} \rightarrow$ ru\u00edna pl\u00e1stica de uma viga bi-engastada
- $w_{p,o} \rightarrow$ ru\u00edna pl\u00e1stica de uma viga bi-apoiada
- $w_{e,f} \rightarrow$ estado limite el\u00e1stico uma viga bi-engastada

4. Dom\u00ednio dos EL de uma Viga

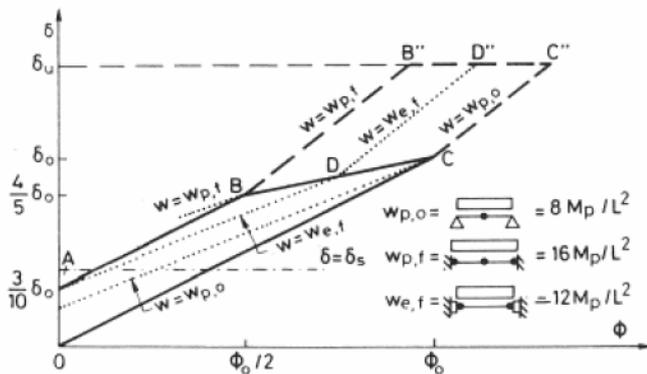
Dom\u00ednio $\delta - \phi$



- el\u00e1stico (no meio do v\u00e3o) \rightarrow linha BC
- el\u00e1stico (nas extremidades da viga) \rightarrow linha AB
- pl\u00e1stico \rightarrow forma\u00e7\u00e3o de um mecanismo de viga \rightarrow linha BB''
- pl\u00e1stico \rightarrow forma\u00e7\u00e3o de um mecanismo de viga no caso particular de vigas simplesmente apoiadas \rightarrow linha CC''
- deforma\u00e7\u00e3o excessiva \rightarrow linha B''C''
- estado limite de servi\u00e7o ou utiliza\u00e7\u00e3o \rightarrow linha B'C'

4. Domínio dos EL de uma Viga

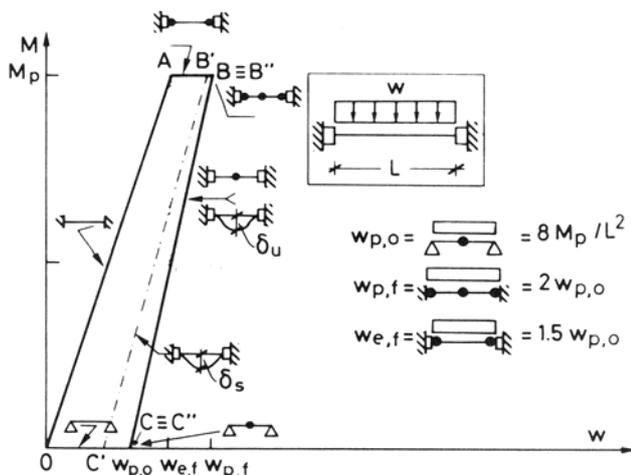
Domínio $\delta - \phi$



- diferentes valores de w
- $w_{p,f}$ → ruína plástica de uma viga bi-engastada
- $w_{p,o}$ → ruína plástica de uma viga bi-apoiada
- $w_{e,f}$ → estado limite elástico uma viga bi-engastada

4. Domínio dos EL de uma Viga

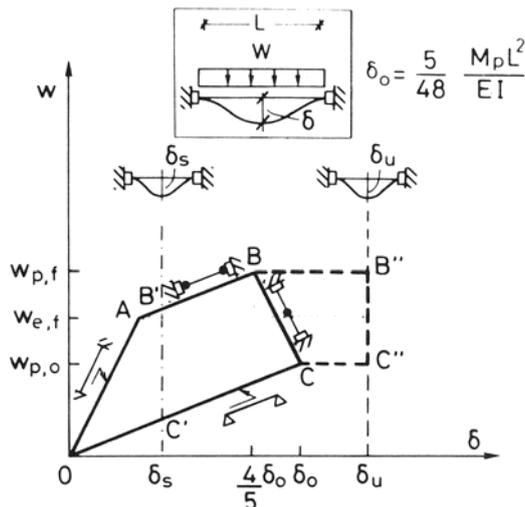
Domínio $M - w$



- elástico (no meio do vão) → linha BC
- elástico (nas extremidades da viga) → linha AB
- plástico → vigas bi-engastadas → ponto B=B''
- plástico → vigas simplesmente apoiadas → ponto C=C''
- deformação excessiva → viga elástica → linha B'C' e viga com rótula plástica no meio do vão → linha B''C''
- estado limite de serviço ou utilização → viga bi-engastada → linha OA

4. Domínio dos EL de uma Viga

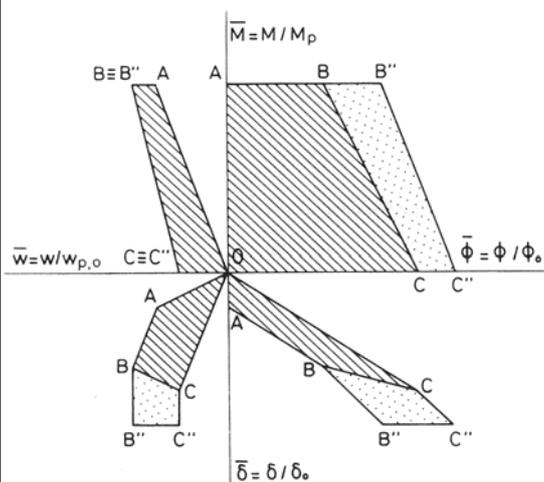
Domínio $w - \delta$



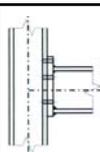
- elástico (no meio do vão) → linha BC
- elástico (nas extremidades da viga) → linha AB
- plástico → vigas bi-engastadas → linha BB"
- plástico → vigas simplesmente apoiadas → linha CC"
- deformação excessiva → $\delta = \delta_u$
- estado limite de serviço ou utilização → $\delta = \delta_s$ → viga bi-engastada → linha AO e simplesmente apoiada → linha OC

4. Domínio dos EL de uma Viga

Multi-Domínio (estados limites últimos)

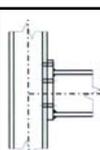


- Área OABC \Rightarrow limites elásticos
- Área BCC''B'' \Rightarrow limites plásticos convencionais \Rightarrow formação da rótula plástica no meio do vão
- Linha ABC \Rightarrow limite de resistência da seção transversal
- Linhas BB'' e CC'' \Rightarrow formação de mecanismo plástico
- Linha B''C'' \Rightarrow limite de deformação excessiva

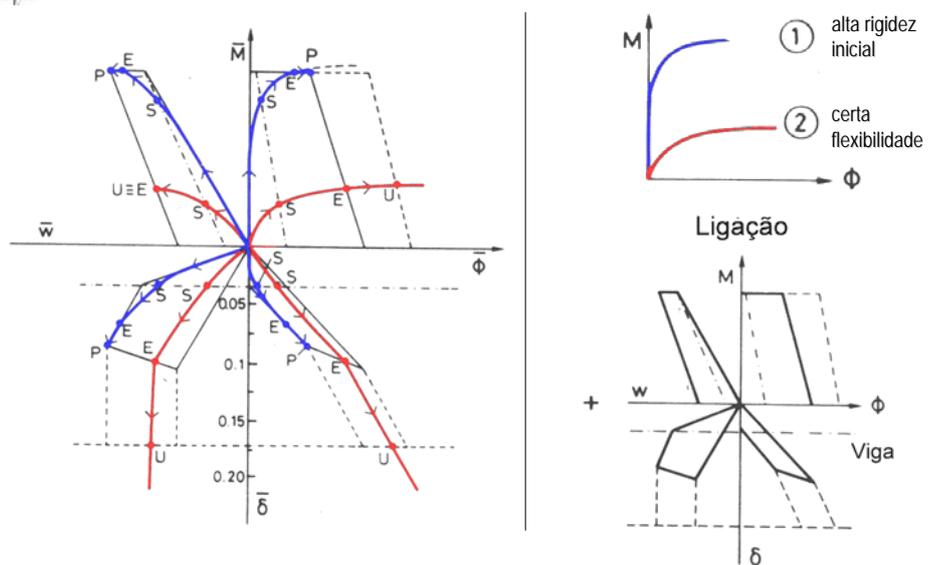


5. Método de Análise do Multidomínio

- Viga → lei constitutiva seja a característica de rotação de suas ligações nas extremidades, o momento fletor e a rotação devem obedecer, durante o processo de carregamento, para assegurar a compatibilidade e o equilíbrio, à relação $M \times \phi$
- Curva conhecida → pode-se fazer uma superposição do gráfico representante do comportamento da ligação e do gráfico do multidomínio
- Desta forma, faz-se a análise conjunta tanto da viga quanto da ligação, obtendo-se valores característicos de M , ϕ , δ e w através da interseção da curva momento x rotação com as bordas representantes dos limites considerados no projeto

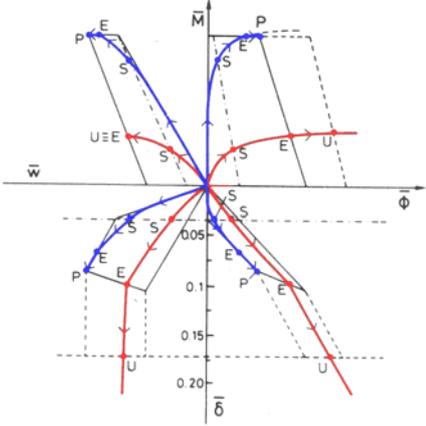


5. Método de Análise do Multidomínio






5. Método de Análise do Multi-domínio



Ligação 1, a partir do ponto E, duas rótulas plásticas se formam (uma em cada extremidade da viga)

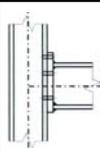
O comportamento do sistema viga/ligação não é mais governado pela curva $M \times \phi$, mas pelo domínio da viga, até o ponto P, onde o colapso ocorre pela formação da rótula plástica no meio do vão e do conseqüente mecanismo de ruína associado.

Em outra situação, em casos onde as ligações possuem média ou grande flexibilidade, o limite último do sistema viga/ligação está sempre associado à flecha excessiva no meio do vão.



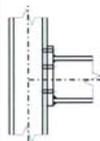

6. Modelo Kishi & Chen

- Modelo exponencial de três parâmetros que representa o comportamento de ligações com cantoneira superior e de apoio com ou sem dupla cantoneira de alma, para o eixo de maior inércia



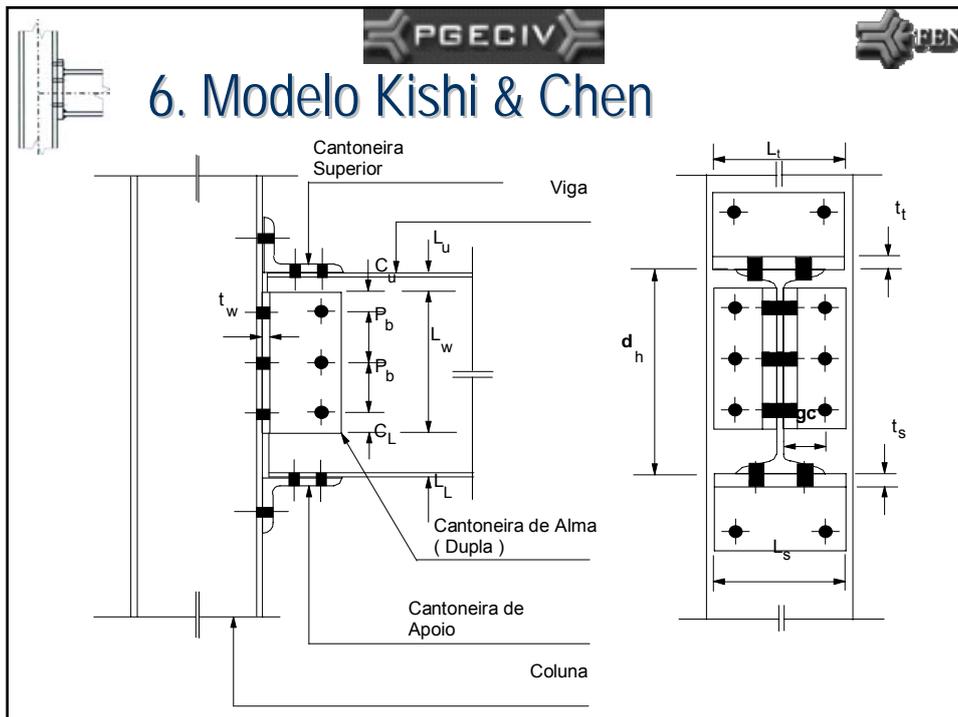
6. Modelo Kishi & Chen

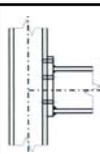
- Requisitos:
 - ✓ A curva passa pela origem;
 - ✓ A inclinação da curva na origem é igual à rigidez elástica inicial, K_i , da ligação;
 - ✓ A medida que a rotação aumenta, a inclinação da curva aproxima-se da rigidez de deformação por encruamento;
 - ✓ Para qualquer valor de rotação, θ_r , a inclinação da expressão, fornece a rigidez tangente de uma ligação;
 - ✓ Os parâmetros na expressão têm significado físico;



6. Modelo Kishi & Chen

- Hipóteses básicas assumidas por Chen e Kishi:
 - ✓ O material é suposto ser inicialmente linearmente elástico, e depois perfeitamente plástico;
 - ✓ A deformação das cantoneiras da ligação é pequena;
 - ✓ Comparada com a deformação da ligação, a deformação da viga e da coluna são desprezíveis;
 - ✓ O aperto do parafuso localizado na mesa da coluna é efetivo sobre o comprimento total da cantoneira, produzindo uma restrição de engaste;
 - ✓ O modo de ruína ocorre conforme o mecanismo de colapso plástico formado no conjunto da ligação.

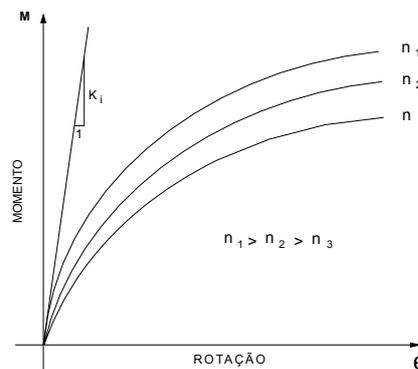




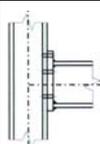
6. Modelo Kishi & Chen

■ Formulação do Modelo Proposto

- ✓ A rigidez inicial, K_i , e a capacidade plástica à flexão, M_u , podem ser definidas por uma análise elástica simplificada e uma análise perfeitamente plástica, respectivamente
- ✓ A variável n é um parâmetro de forma de ajuste das curvas



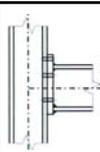
$$n = 1,398 \cdot \text{LOG } \theta_0 + 4,631$$



6. Modelo Kishi & Chen

■ Formulação do Modelo Proposto - K_i

- ✓ A rigidez inicial, K_i , da curva momento x rotação pode ser obtida pela modelagem das cantoneiras das mesas e das cantoneiras da alma unindo-as como segmentos de vigas, e calculando-se suas contribuições individuais para a rigidez inicial total da ligação

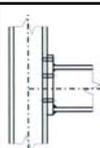


6. Modelo Kishi & Chen

Formulação do Modelo Proposto - K_i

✓ Um método de análise de viga simples foi usado para definir a rigidez inicial sob as várias hipóteses apresentadas a seguir.

- As cantoneiras giram em torno do centro de rotação "C"
- A aba da cantoneira ligada à coluna comporta-se linearmente elástica e a aba da cantoneira ligada à viga comporta-se como um corpo rígido
- A aba vertical da cantoneira superior é presa fixa ao longo da linha de parafusos da mesa da coluna e se comporta uma viga em balanço
- A deformada da cantoneira de alma sobre cada lado da viga é similar à da cantoneira superior;
- Os efeitos da força de cisalhamento e da força axial sobre a deformação da aba da cantoneira de apoio são desprezadas
- A pressão de contato é considerada como uniformemente distribuída sobre a aba externa da cantoneira de apoio. A seção crítica de tensões de flexão é tomada no centro de rotação "C"



6. Modelo Kishi & Chen

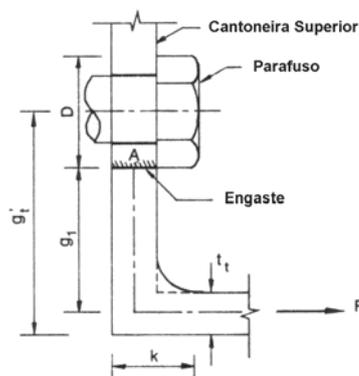
Formulação do Modelo Proposto - K_i

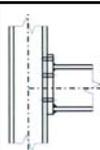
✓ Cantoneira Superior

- EI_t → Rigidez à flexão da aba vertical;
- $d_1 = d + \frac{t_t}{2} + \frac{t_s}{2}$ → Distância vertical do centro de rotação à linha de ação da força P ;
- d → Altura da viga;
- t_t → Espessura da cantoneira superior;
- t_s → Espessura da cantoneira de apoio;
- $g_1 = g'_1 - \frac{D}{2} - \frac{t_t}{2}$ → Comprimento da aba da cantoneira que atua como uma viga em balanço;
- g'_1 → Distância da base da cantoneira ao centro do furo do parafuso sobre a aba vertical;
- $D = 1,5d_b + 1/8$ → Largura dos lados planos transversais de porcas para parafusos;
- d_b → diâmetro do parafuso;

$$M_t = \frac{3EI_t(d_1)^2}{g_1(g_1^2 + 0,78t_t^2)} \theta_r$$

$$K_{it} = \frac{dM_t}{d\theta_r} = \frac{3EI_t(d_1)^2}{g_1(g_1^2 + 0,78t_t^2)}$$





6. Modelo Kishi & Chen

Formulação do Modelo Proposto - K_i

✓ Cantoneira de Alma

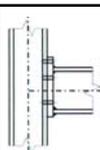
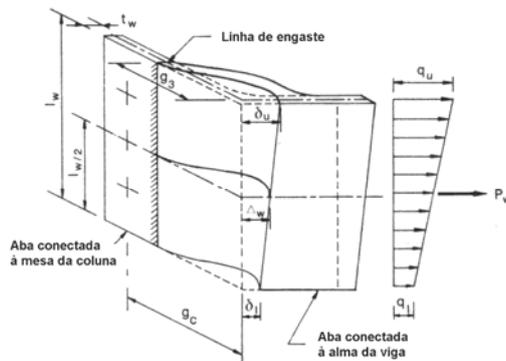
- EI_w → Rigidez à flexão da perna adjacente à coluna;
- g_c → Distância da base da cantoneira ao centro do parafuso;
- t_w → Espessura da cantoneira de alma;

$$d_3 = \frac{d}{2} + \frac{t_s}{2}$$

$$g_3 = g_c - \frac{D}{2} - \frac{t_w}{2}$$

$$M_w = \frac{6EI_w(d_3)^2}{g_3(g_3^2 + 0,78t_w^2)} \theta_r$$

$$K_{iw} = \frac{dM_w}{d\theta_r} = \frac{6EI_w(d_3)^2}{g_3(g_3^2 + 0,78t_w^2)}$$



6. Modelo Kishi & Chen

Formulação do Modelo Proposto - K_i

✓ Cantoneira de Apoio

- EI_s → Rigidez à flexão da aba externa da cantoneira de apoio;
- l_{s0} → Distância da seção crítica à extremidade da aba e)

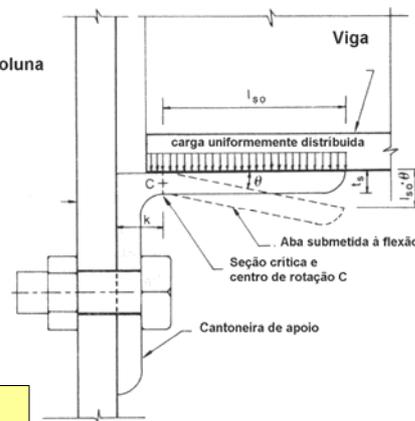
$$M_s = \frac{4EI_s}{l_{s0}} \theta_r$$

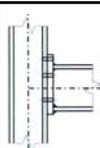
$$K_{is} = \frac{dM_s}{d\theta_r} = \frac{4EI_s}{l_{s0}}$$

✓ Rigidez inicial total da ligação

$$K_i = K_{it} + K_{is} + K_{iw} =$$

$$= \frac{3EI_t(d_1)^2}{g_1(g_1^2 + 0,78t_1^2)} + \frac{4EI_s}{l_{s0}} + \frac{6EI_w(d_3)^2}{g_3(g_3^2 + 0,78t_w^2)}$$





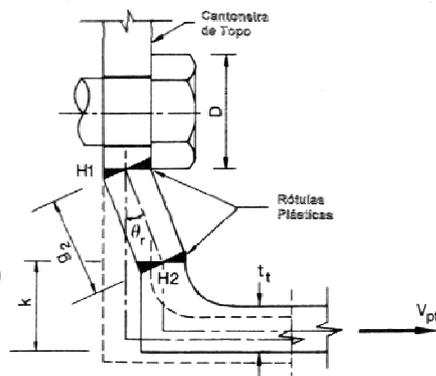
6. Modelo Kishi & Chen

- Formulação do Modelo Proposto – M_u (momento de plastificação total)

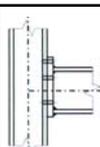
- ✓ Cantoneira de Topo
- ✓ O mecanismo de colapso → desenvolvimento de duas rótulas plásticas sendo uma localizada ao longo da linha do lado da porca dos parafusos e a outra ao longo da linha da extremidade do raio de concordância
- ✓ A equação para a cantoneira superior no estado de colapso é dada por:

$$2 M_{pt} \theta = V_{pt} g_2 \theta$$

- k → Distância da base da cantoneira à extremidade de filete da cantoneira;
- M_{pt} → plástico na cantoneira de apoio;



- V_{pt} → força de cisalhamento plástico na aba vertical;
- $g_2 = g_1 - \frac{D}{2} - k$ → força de cisalhamento plástico na aba vertical;



6. Modelo Kishi & Chen

- Formulação do Modelo Proposto – M_u (momento de plastificação total)

- ✓ Cantoneira de Topo
- ✓ Como a distância entre as duas rótulas plásticas é pequena quando comparada com a espessura da cantoneira superior, o efeito da força de cisalhamento sobre a capacidade de momento deve ser levado em consideração. A fórmula de interação momento-cisalhamento para o estado de escoamento proposto por Drucker (1956) é usada.

$$\frac{M_p}{M_0} + \left(\frac{V_p}{V_0} \right)^4 = 1$$

- M_0 → momento de flexão plástico;
- V_0 → força de cisalhamento plástico.

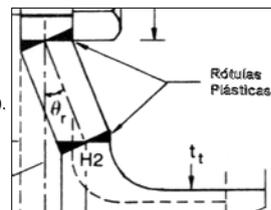
- ✓ Pelo critério de escoamento de Tresca, tem-se

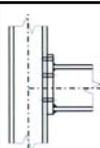
$$M_0 = \frac{\sigma_y l_t (t_t)^2}{4}$$

$$V_0 = \frac{\sigma_y l_t t_t}{2}$$



$$\left(\frac{V_{pt}}{V_0} \right)^2 + \frac{g_2}{t_t} \left(\frac{V_{pt}}{V_0} \right) = 1$$



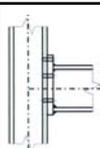
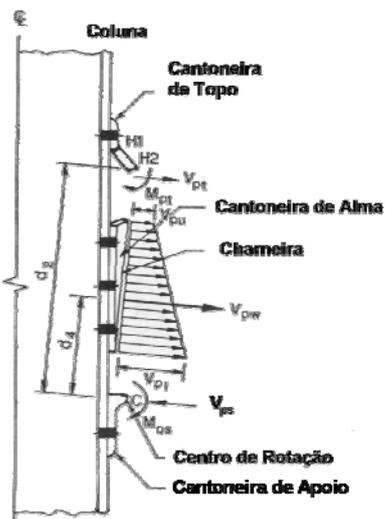


6. Modelo Kishi & Chen

- Formulação do Modelo Proposto – M_u (momento de plastificação total)
 - ✓ Cantoneira de Topo
 - ✓ Usando um procedimento iterativo simples, V_{pt} pode ser determinado a partir da equação de M_{pt} .
 - ✓ O momento de plastificação dado pela cantoneira superior é obtido tomando o momento em torno do centro de rotação "C",

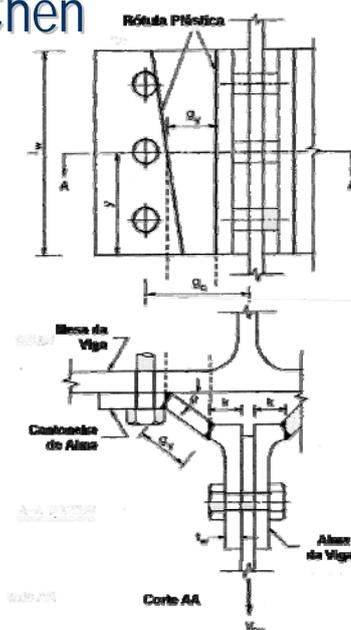
$$M_{ut} = M_{pt} + V_{pt}d_2$$

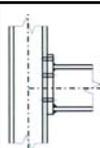
$$d_2 = d + \frac{t_1}{2} + k$$



6. Modelo Kishi & Chen

- Formulação do Modelo Proposto – M_u (momento de plastificação total)
 - ✓ Cantoneira Dupla de Alma
 - ✓ O mecanismo de colapso → duas charneiras plásticas formadas ao longo da altura da cantoneira de alma sendo uma localizada ao longo da extremidade do raio de concordância, e a outra em uma linha inclinada ao longo da altura da cantoneira;
 - ✓ A distância entre estas duas rótulas plásticas em qualquer seção horizontal é pequena quando comparada com a espessura da cantoneira → o efeito da força de cisalhamento sobre a capacidade de flexão deva ser considerado.





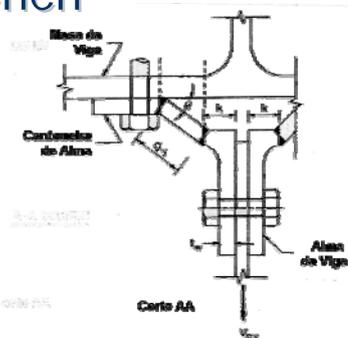
6. Modelo Kishi & Chen

- Formulação do Modelo Proposto – M_u (momento de plastificação total)

- ✓ Cantoneira Dupla de Alma
- ✓ equação de trabalho do mecanismo para seção horizontal arbitrária "y", é expressa por:

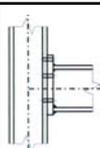
$$2M_{py}\theta = V_{py}g_y\theta$$

- M_{py} → momento de plastificação;
- V_{py} → força de cisalhamento plástico por unidade de altura de uma cantoneira de alma simples;
- g_y → distância entre as duas rótulas plásticas numa seção



- ✓ Usando equações anteriores e a relação entre M_0 e V_0 , uma equação de quarta ordem para calcular a força de cisalhamento plástico V_{py} , é obtida.

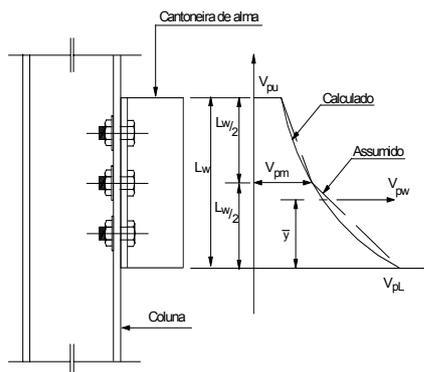
$$\left(\frac{V_{py}}{V_0}\right)^4 + \frac{g_y}{t_w}\left(\frac{V_{py}}{V_0}\right) = 1$$



6. Modelo Kishi & Chen

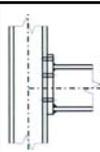
- Formulação do Modelo Proposto – M_u (momento de plastificação total)

- ✓ Cantoneira Dupla de Alma
- ✓ A solução da força de cisalhamento plástico, V_{py} , da equação anterior, tem uma distribuição não-linear ao longo da altura da cantoneira de alma
- ✓ O valor máximo de V_{pl} , está na margem inferior, $y = 0$, e o valor mínimo, V_{pu} , está na margem superior, $y = lw$
- ✓ Por simplicidade, a variação de V_{py} , é suposta ser uma distribuição bi-linear
- ✓ A resultante da força de cisalhamento plástico, V_{pw} , numa cantoneira de alma é obtida através de:



$$V_{pw} = \frac{l_w}{4} (V_{pu} + 2V_{pm} + V_{pl})$$

- V_{pw} → força de cisalhamento plástico na altura média da cantoneira de alma

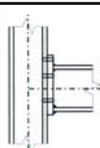


6. Modelo Kishi & Chen

- Formulação do Modelo Proposto – M_u (momento de plastificação total)
 - ✓ Cantoneira Dupla de Alma
 - ✓ A contribuição do momento de plastificação referente às cantoneiras de alma é obtida através do momento da força de cisalhamento V_{pw} , em torno do centro de rotação “C”,

$$M_{LW} = 2V_{pw}d_4$$

- $d_4 = \bar{y} + l_1 + \frac{t_s}{2}$
- \bar{y} → Altura onde atua a força de cisalhamento, medida a partir da margem inferior da cantoneira de alma
- l_1 → altura da viga

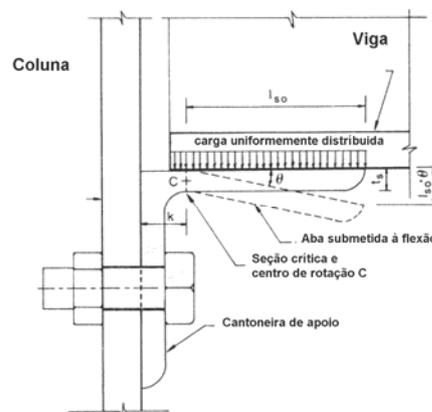


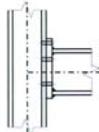
6. Modelo Kishi & Chen

- Formulação do Modelo Proposto – M_u (momento de plastificação total)
 - ✓ Cantoneira de Apoio
 - ✓ A rótula plástica é formada ao longo da seção crítica de tensões de flexão, que é tomada no centro de rotação “C”
 - ✓ A capacidade de momento plástico da cantoneira de apoio é dada por:

$$M_{0s} = \frac{\sigma_y l_s (t_s)^2}{4}$$

- l_s → comprimento da cantoneira de apoio
- t_s → espessura da cantoneira de apoio





6. Modelo Kishi & Chen

- Formulação do Modelo Proposto – M_u (momento de plastificação total)

✓ O momento de plastificação total para uma ligação com dupla cantoneira de alma e cantoneira de apoio é obtido por:

$$M_u = M_{0s} + M_{pt} + V_{pt} \cdot d_2 + 2 \cdot V_{pw} \cdot d_4$$

