

CAPÍTULO 4 Choque e Fadiga

4.1. Noções de Fadiga

Exemplo do clipe → a falha não ocorre na 1ª vez que o clipe foi dobrado, apesar de o metal ter sofrido deformação plástica bastante grande.

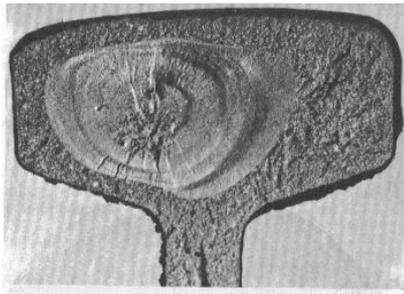
Desta forma, define-se fadiga como sendo o fenômeno do decréscimo de resistência, de um material, proveniente da aplicação de esforços alternados, diversas vezes.

Normalmente, a fratura do material começa em um ponto onde há uma concentração de tensão, ou seja, na borda de um furo, em um entalhe ou em algum ponto onde exista um defeito microscópico ou uma imperfeição.

A ruptura por fadiga está relacionada com variação da estrutura cristalina do metal. Faixas de deslizamento desenvolvem-se ao longo da seção até atravessarem toda a largura da mesma. O grão cristalino, embora permaneça com sua forma e ligações com grãos vizinhos invariáveis, divide-se gradualmente em partes por camadas frágeis semidestruídas, que tem uma orientação cristalográfica bem definida.

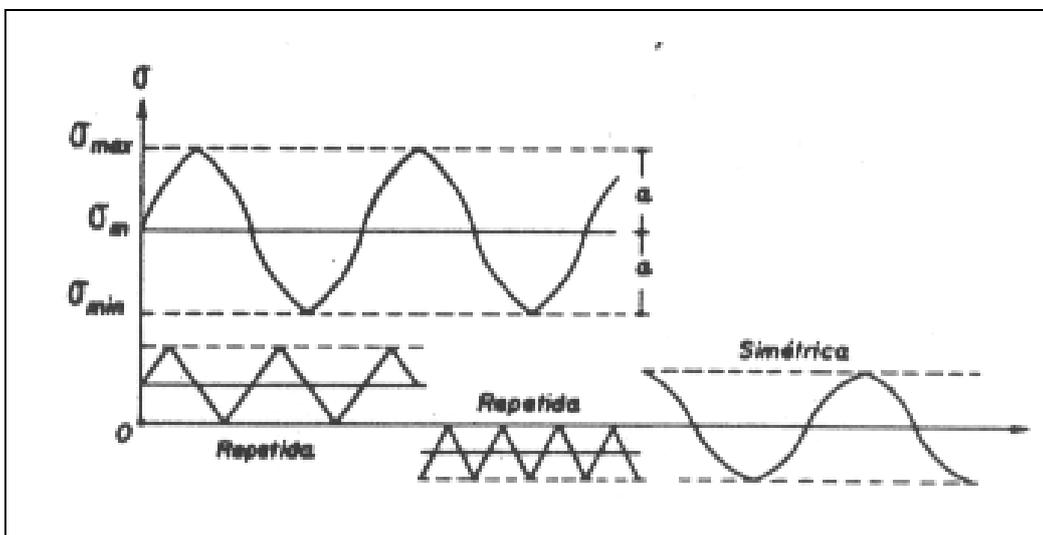


Microfendas formam-se atravessando toda a seção. Em determinado instante, a seção encontra-se mais frágil e verifica-se a ruptura repentina.



Ruptura de um trilho em um ponto caracterizado por um defeito local.

Os carregamentos cíclicos podem ser da forma (solicitações alternadas)



$$\sigma_{\text{máx}} = -\sigma_{\text{mín}}$$

(simétrico)

$$\sigma_{\text{méd}} = 0$$

(Solicitação simétrica)

$$\sigma_{\text{máx}} \text{ OU } \sigma_{\text{mín}} = 0$$

(Solicitação alternada repetida)

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\text{máx}} + \sigma_{\text{mín}}}{2}$$

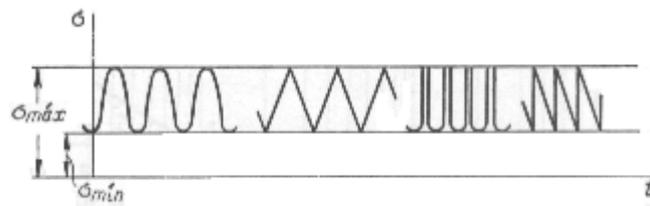
(Tensão média)

e

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\text{máx}} - \sigma_{\text{mín}}}{2}$$

(Tensão Alternada)

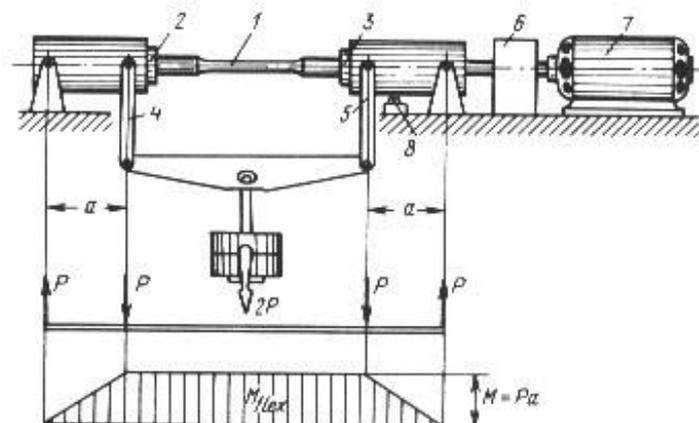
Como o processo de formação da fenda no caso de tensões alternadas está relacionado à acumulação de deformações plásticas, obtém-se a resistência à fadiga somente através das tensões máximas e mínimas do ciclo desconsiderando-se a variação das tensões dentro do intervalo $\sigma_{\text{máx}} - \sigma_{\text{mín}}$.



Portanto para avaliar a resistência à fadiga, basta conhecer os valores de σ_m , σ_a OU $\sigma_{máx}$ E $\sigma_{mín}$.

4.1.1. Algumas Observações Experimentais

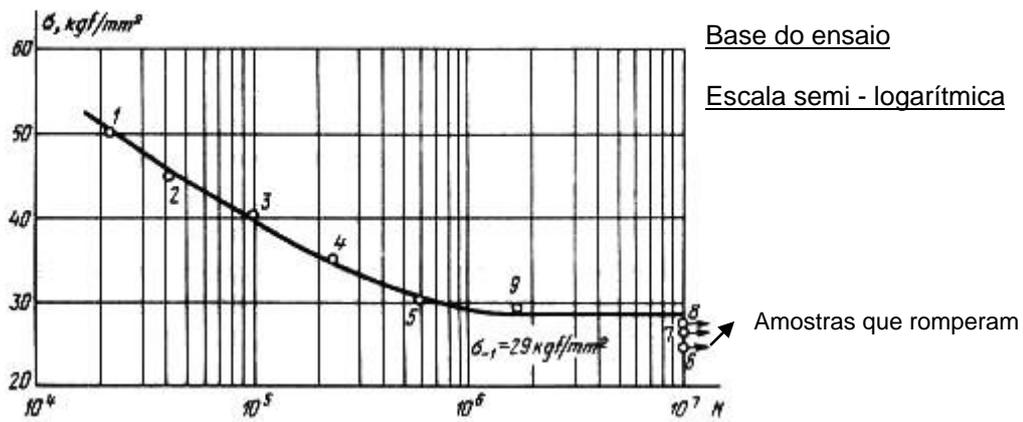
Os ensaios difundidos são os ensaios nas condições do ciclo simétrico onde utiliza-se o princípio da flexão pura da amostra em rotação.



□ Ensaios padronizados → 10 amostras para cada faixa de tensão.

a) Tensões relativamente altas → 0,7 a 0,5 σ_R

σ_R representa o limite de resistência obtido em um ensaio estático, ou seja, a tensão que provoca a ruptura do corpo de prova.



Ensaio de amostra de aço em temperaturas ambiente mostram que se a amostra não se destrói até 10^7 ciclos, ou seja, 54 horas fazendo 3.000 rotações por minuto, então, a amostra pode resistir a um ensaio mais longo.

Após um determinado número de ciclos, $\sigma_{m\acute{a}x}$ permanece praticamente constante e a curva se aproxima, assintoticamente, de um valor de um valor $\sigma_a = \sigma_{m\acute{a}x} = \sigma_0$, denominando limite de resistência à fadiga.

- Aço $\rightarrow \sigma_0 \equiv 0,4$ a $0,6 \sigma_R$.
 - Alumínio $\rightarrow \sigma_0 \equiv 0,25$ a $0,5 \sigma_R$
- } Flexão

Existem também ensaios para ciclos assimétricos onde as amostras são submetidas à tração e compressão e não mais à flexão.

Nestes ensaios, para cada grupo de amostras, fixa-se um valor de σ_m e a amplitude limite σ_a é determinada pelo número básico de ciclos.

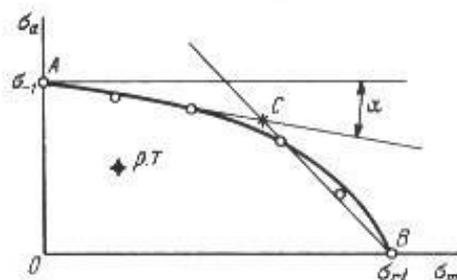


Diagrama de Amplitudes Limites

$\alpha \rightarrow$ Aço carbono 0,1/0,2

Aço c/viga 0,2/0,3

Reta BC $\rightarrow 45^\circ$

$\sigma_m + \sigma_a = \sigma_R$

Como resultado do grupo de amostras, obtém-se σ_a que corresponde ao σ_m escolhido.

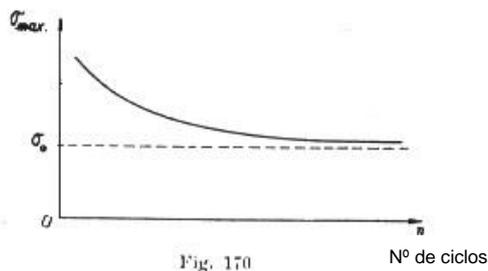
Como “X” está situado abaixo da curva, a amostra pode resistir a um número limitado de ciclos, ou no máximo, resistir sem se destruir até o número básico de ciclos. Já no ponto “Y” localizado acima da curva, a amostra será destruída após um número limitado de ciclos.

- Ponto A → ciclo simétrico
- Ponto B → materiais frágeis → limita as condições de trabalho da amostra (material) relativamente ao limite de resistência.

Relembrando

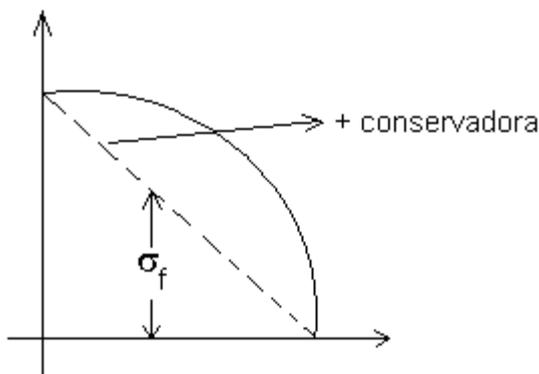
Para $\sigma_{\text{máx}} = \sigma_a = \sigma_0$, o material não rompe, para solitação alternada simétrica, qualquer que seja o número de solitações.

- Solitações alternadas simétricas ($\sigma_m = 0$, $\sigma_{\text{máx}} = \sigma_a$)



σ_0 = Limite de resistência a fadiga

- Solitação alternada não simétrica → para cada σ_m , existe um valor máximo de σ_a , designado por σ_f , até o qual o material não rompe qualquer que seja o número de solitações.



- Materiais Dúcteis
- a) Linear (Reta de Goodman)

$$\sigma_f = \sigma_0 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_R} \right)$$

- b) Parábola (De Gerber)

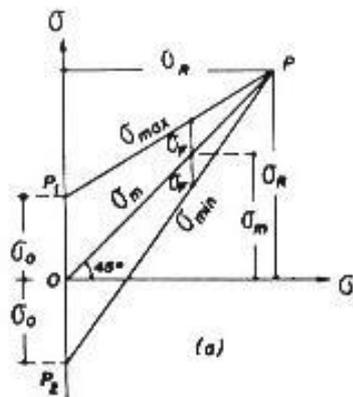
$$\sigma_f = \sigma_0 \cdot \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_R} \right)^2 \right]$$

- Materiais frágeis (Smith)

$$\sigma_f = \sigma_0 \cdot \frac{\sigma_R - \sigma_m}{\sigma_R + \sigma_m}$$

4.1.2. Diagrama de Goodman

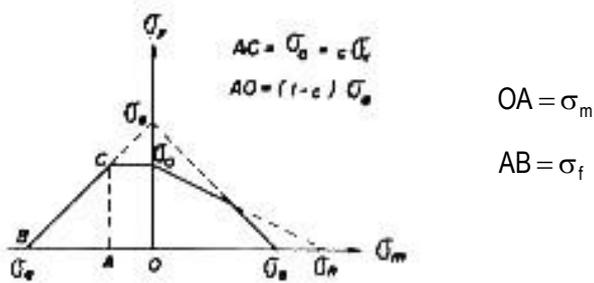
O chamado diagrama modificado de Goodman (modificado porque Goodman admitia que, para os diversos materiais, se tivesse sempre $\sigma_0 = \sigma_R/3$), e é o apresentado a seguir.



A partir de um determinado ponto, têm-se deformações permanentes.

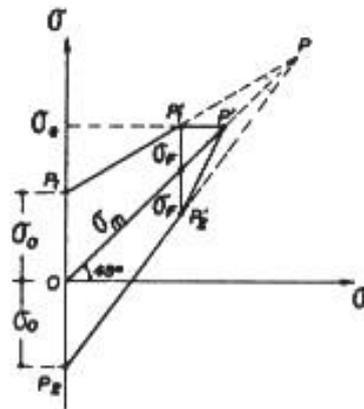
Nesse diagrama, os pontos de OP, igualmente inclinada em relação aos eixos coordenados, representam os valores de σ_m . As retas PP1 e PP2 fornecem, respectivamente, as tensões máximas e mínimas do ciclo, a partir do qual o material rompe com um certo número de solicitações.

Uma outra representação gráfica do diagrama de Goodman, bem mais simples é apresentada a seguir.



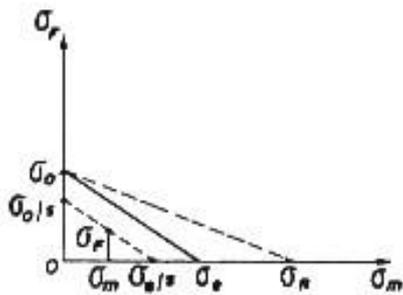
- Tensão máxima: $\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_f = OA + AB = OC$
- Tensão mínima: $\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_f = OD$

Muitas vezes, o diagrama de Goodman é apresentado com a eliminação do trecho que corresponde a $\sigma_{\max} > \sigma_y$. Adota-se este diagrama quando se deseja garantir que nas diversas solicitações, não seja ultrapassada as tensões de escoamento, σ_y , e não ocorram, portanto, deformações permanentes.



4.1.3. Diagrama de Soderberg

Soderberg propôs uma ligeira modificação ao diagrama simplificado de Goodman, ou seja, σ_y no lugar de σ_R no eixo das abscissas.



Isto corresponde a eliminação no diagrama anterior dos triângulos $P_1P_1'P_1$ e $P_2P_2'P_2$.

Desta forma, nunca se atingirá, para $\sigma_m < \sigma_y$.

$$\sigma_{\text{máx}} = \sigma_y$$

Este diagrama conduz a condições relativamente simples para o dimensionamento e é bastante usado na prática.

Se dividirmos pelo coeficiente de segurança C.S, tanto no σ_0 como σ_y , a reta paralela a $\sigma_0\sigma_y$ é a que fornece a condição de dimensionamento.

$$\sigma_f = \frac{\sigma_0}{\text{C.S}} - \frac{\sigma_0}{\sigma_y} \cdot \sigma_m$$

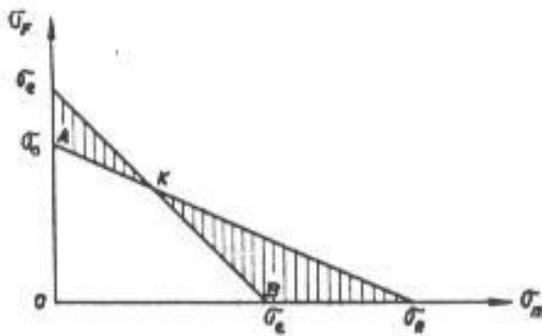
$$\sigma_f = \frac{\sigma_0}{\text{C.S}} \cdot \sigma_m + \sigma_f$$

$$\frac{\sigma_y}{\text{C.S}} = \sigma_m + \frac{\sigma_y}{\sigma_0} \cdot \sigma_f \rightarrow \text{equivalente a sollicitação com tensão estática}$$

$$\sigma = \sigma_m + \frac{\sigma_y}{\sigma_0} \cdot \sigma_f$$

4.1.4. Diagrama de Smith

Fornece uma melhor aproximação do que a obtida como diagrama de Sodberg.



- Trecho AK

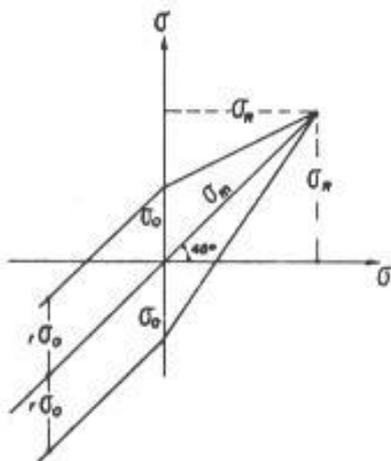
$$\sigma_{\text{máx}} = \sigma_m + \sigma_f < \sigma_y$$
- Trecho KB

$$\sigma_{\text{máx}} = \sigma_m + \sigma_f = \sigma_y$$

O material não rompe por fadiga nem adquire deformações permanentes.

4.1.5. Outros Diagramas

Quando a tensão média é de compressão, em alguns casos de materiais dúcteis, não se observa variação sensível em σ_f (aço, níquel-cromo e ligas de alumínio, por exemplo) enquanto que em outros casos, os valores de σ_f parecem crescer ligeiramente.



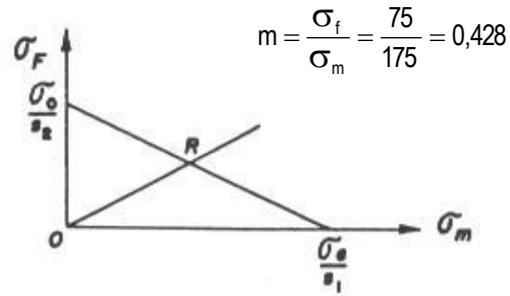
$$\sigma_m < 0 \Rightarrow \sigma_f \approx \sigma_0$$

Quando o material tem o mesmo limite de escoamento para tração e compressão, a condição de a tensão máxima do ciclo não ultrapassar σ_y . Conduz ao diagrama apresentado abaixo:

$$280 = \frac{175 \cdot 10^3}{A} + \frac{280}{160} \cdot \frac{75 \cdot 10^3}{A}$$

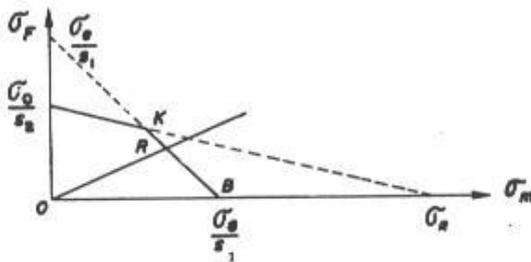
$$A = \frac{175 \cdot 10^3}{280} + \frac{75 \cdot 10^3}{280} \cdot \frac{280}{160}$$

$A = 1.093,75 \text{ cm}^2$



$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\text{máx}} &= \frac{250.000}{1094} = 228,5 \text{ MPa} \\ \sigma_{\text{mín}} &= \frac{100.000}{1094} = 91,4 \text{ MPa} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \sigma_m &= 160 \text{ MPa} \\ \sigma_a &= 68,55 \text{ MPa} \end{aligned}$$

□ **Solução 2** (Diagrama de Smith)



Equação da reta OR: $\frac{\sigma_f}{\sigma_m} = \frac{75}{175} \Rightarrow \sigma_f = 0,428 \sigma_m$

Equação de KB: $\sigma_f = \overline{\sigma_y} - \sigma_m$

As coordenadas do ponto R são obtidas igualando-se

$$\overline{\sigma_y} - \sigma_m = 0,428\sigma_m$$

$$\sigma_m = \frac{\overline{\sigma_y}}{1,428} = \frac{280}{1,428} = 196 \text{ MPa}$$

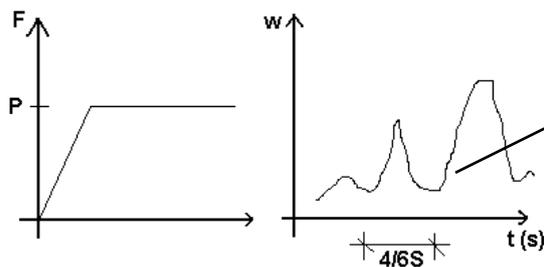
$$\sigma_f = 280 - 196 = 84 \text{ MPa}$$

Finalmente, $A = \frac{75 \cdot 10^3}{84} = \frac{175 \cdot 10^3}{196} = 892,8 \text{ mm}^2$

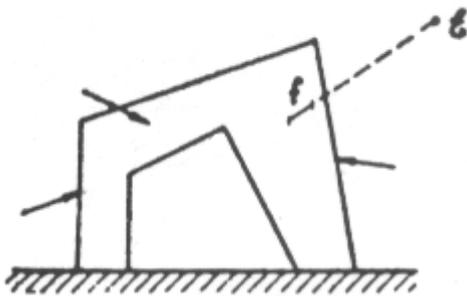
$A = 892,8 \text{ mm}^2$

4.2. Noções de Choque

Fator dinâmico → Esforços provocados pela aplicação de carga dinâmica. São, em geral, muito maiores do que os provocados por cargas estáticas.



O vento é uma carga dinâmica, porém é transformado numa carga estática equivalente



Sobre o corpo isótropo e homogêneo, que obedece a lei de Hooke, atua um determinado sistema de esforços ativos e reativos, em equilíbrio.

Sobre este corpo se aplica, posteriormente, um esforço P' (força ou momento), sob a forma dinâmica; seja f o deslocamento máximo de seu ponto de aplicação (linear se P' for uma força ou angular se for um momento), medido na direção e sentido desse esforço externo.

Hipóteses adotadas:

- Durante a aplicação dinâmica de P' , o material continua a obedecer à lei de Hooke;
- A transmissão dos efeitos, devidos à aplicação de P' , seja instantânea;
- O esforço P' atua, no corpo, com a mesma intensidade, enquanto se processa o deslocamento, f , do seu ponto de aplicação;
- O esforço P' acompanha o deslocamento, f , do corpo solicitado.

- Para P' aplicada estaticamente admitindo-se proporcionalidade entre os esforços e deslocamentos:

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma' \quad \sigma_0 \rightarrow \text{cargas estáticas}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon' \quad \sigma' \rightarrow \text{cargas dinâmicas}$$

$$\delta = \delta_0 + \delta'$$

ou seja, às tensões, às deformações e aos deslocamentos iniciais, acrescentam-se os efeitos correspondentes à aplicação estática de P'.

...

- Para P' aplicada dinamicamente,

$$\sigma = \sigma_0 + \phi \sigma' \quad \text{com } \phi > 1 \text{ (fator dinâmico) é o mesmo para todos os pontos do corpo.}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \phi \varepsilon'$$

$$\delta = \delta_0 + \underbrace{\phi \delta'}_{\text{dinâmico}}$$

$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_{10} + \sigma'_{10} \\ \sigma_2 &= \sigma_{20} + \sigma'_{20} \\ \dots \end{aligned}$

Para determinação do fator dinâmico, considere-se que,

- Energia de deformação \rightarrow cargas estáticas

$$W_0 = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3)$$

- Energia de deformação \rightarrow tensões iniciais provocadas pela aplicação da carga dinâmica

$$W_0' = \phi \frac{1}{E} (\sigma_{10} \sigma'_{10} + \sigma_{20} \sigma'_{20} + \sigma_{30} \sigma'_{30}) - \frac{\phi \nu}{E} (\sigma_{10} (\sigma'_{20} + \sigma'_{30}) + \sigma_{20} (\sigma'_{10} + \sigma'_{30}) + \sigma_{30} (\sigma'_{10} + \sigma'_{20}))$$

- Energia de deformação \rightarrow carga dinâmica separadamente

$$W'' = \phi^2 \frac{1}{2E} (\sigma'_{10}{}^2 + \sigma'_{20}{}^2 + \sigma'_{30}{}^2) - \frac{\phi^2 \nu}{E} ((\sigma'_{10} \sigma'_{20}) + (\sigma'_{20} \sigma'_{30}) + (\sigma'_{30} \sigma'_{10}))$$

Mas,

$$W = W_0 + W_0' + W''$$

A energia armazenada, correspondente à aplicação dos dois sistemas de esforços (σ_{i0} e $\phi\sigma'_{i0}$) é igual à soma das energias (w_0 e w'') correspondentes à aplicação de cada um dos sistemas, separadamente, acrescida da energia (w'_0) que realizam as tensões inicialmente aplicadas, durante a ação do segundo sistema de esforços.

- Se apenas a carga dinâmica fosse aplicada,

$$w'' = \phi^2 w_0''$$

$$\text{Logo, } W_{\text{máx}} = W_0 + W'_0 + \phi^2 W_0''$$

- No caso de um choque,

$$W_{\text{máx}} = W_0 + W'_0 + P' \cdot f + W_{\text{cin}}$$

Onde,

W_0 = energia proveniente das cargas estáticas (armazenada antes da aplicação de P').

w'_0 = trabalho realizado pelos esforços, inicialmente aplicados, durante a aplicação de P' .

$P' \cdot f$ = trabalho realizado pelo esforço P' depois de atingir o corpo onde $f = \phi \cdot f'$

W_{cin} = energia cinética do conjunto logo após o choque, antes de se iniciar a deformação do corpo provocado por P' .

Pode-se escrever então,

$$W_{\text{máx}} = W_0 + W'_0 + \phi^2 W_{\text{est}} ,$$

onde,

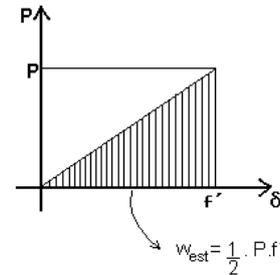
w_{est} = energia que o corpo armazena com a aplicação estática, e exclusiva, de P' .

$$\phi^2 W_{est} = P'.f + W_{cin} \quad \text{mas } f = \phi f'$$

$$\phi^2 w_{est} = \phi.P.f' + w_{cin}$$

$$\phi^2 w_{est} = \phi 2w_{est} + w_{cin}$$

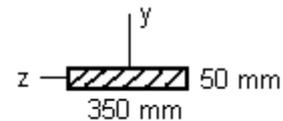
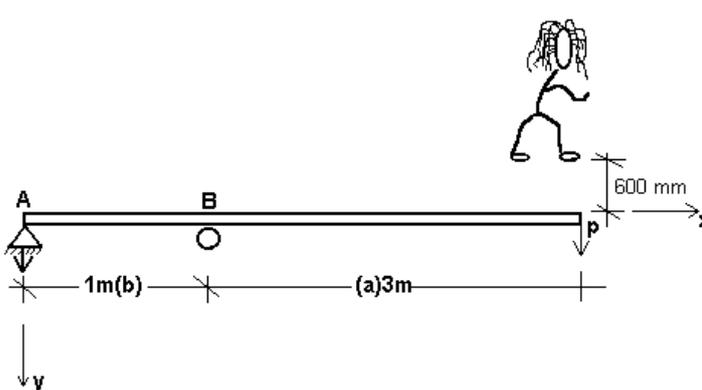
$$\phi^2 - 2\phi = \frac{w_{cin}}{w_{est}}$$



$$\phi^2 - 2\phi - \frac{w_{cin}}{w_{est}} = 0 \rightarrow \phi = 1 + \sqrt{1 + \frac{w_{cin}}{w_{est}}}$$

(Fórmula geral do fator dinâmico)

Exemplo 3.2 Pede-se obter o fator dinâmico e o deslocamento da extremidade do trampolim abaixo sabendo-se que o peso do atleta é de 735 N e que este salta de uma altura de 600 mm.



$$E = 50.000 \text{ MPa}$$

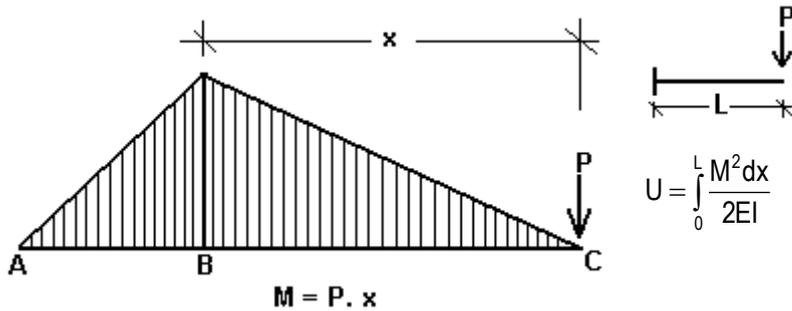
$$I = \frac{350 \cdot (50)^3}{12} = 3,645 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\downarrow R_A = \frac{Pa}{b} = \frac{735 \cdot 3}{1} = 2.205 \text{ kN}$$

- Energia Cinética

$$W_{cin} = m.g.h = 735 \text{ N} \cdot 0,6 \text{ m} = 441 \text{ N.m}$$

- Energia Estática



$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{(P \cdot x)^2}{EI} dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{P^2 \cdot x^3}{3EI} \Big|_0^L = \frac{P^2 L^3}{6EI}$$

$$w_{est} = U_{AB} + U_{BC} = \frac{R_A^2 \cdot b^3}{6EI} + \frac{P^2 a^3}{6EI}$$

$$w_{est} = \frac{(2205)^2 \cdot 1000^3}{6 \cdot (50000) \cdot 3,645 \cdot 10^6} + \frac{(735)^2 \cdot 3000^3}{6 \cdot (50000) \cdot 3,645 \cdot 10^6} \quad \frac{N^2 \cdot mm^3}{\frac{N}{mm^2} \cdot mm^4}$$

$$w_{est} = 4446,3 + 13338,9 = 17.785,2 \text{ Nmm}$$

- Fator Dinâmico

$$\phi = 1 + \sqrt{1 + \frac{441.000}{17.785,2}} = 6,08 \quad (\text{O peso do atleta será magnificado de } 6,08\text{X})$$

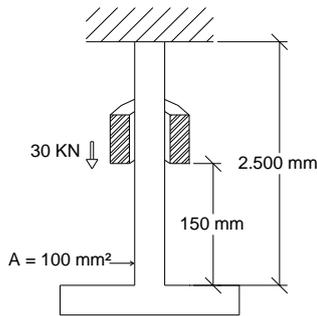
$$\phi = 6,08$$

- Deslocamento

$$w_{est} = \frac{1}{2} \cdot P \cdot f' \quad \text{mas } f = \phi \cdot f' \rightarrow f' = \frac{f}{\phi}$$

$$w_{est} = \frac{1}{2} \cdot P \cdot \frac{f}{\phi} \rightarrow f = \frac{w_{est} \cdot 2 \cdot \phi}{P} \rightarrow f = \frac{2 \cdot (17785,2 \text{ Nmm}) \cdot 6,08}{735 \text{ N}}$$

$$f = 294,2 \text{ mm}$$

Exemplo 3.3

Considere-se um peso $P = 30 \text{ kN}$ que cai de uma altura $h = 150 \text{ mm}$ e aplica tração axial numa barra de comprimento $L = 2,5 \text{ m}$, área de seção transversal, A , constituída de um material cujo $E = 210.000 \text{ MPa}$. Pede-se obter a tensão atuante na barra provocada pela carga dinâmica.

$$w_{\text{cin}} = m.g.h = P.h$$

$$\left. \begin{aligned} w_{\text{est}} &= \frac{1}{2} \cdot P \cdot f' \\ f' &= \frac{P \cdot L}{EA} \end{aligned} \right\} w_{\text{est}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P^2 L}{EA}$$

$$\phi = 1 + \sqrt{1 + \frac{w_{\text{cin}}}{w_{\text{est}}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot P \cdot h}{P^2 \cdot L} \cdot EA}$$

$$\phi = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot EA \cdot h}{P^2 \cdot L}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot (210000) \cdot (1000) \cdot (150)}{(30000) \cdot (2500)}}$$

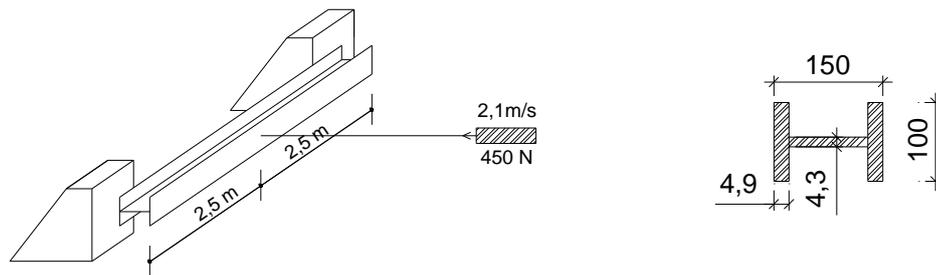
$$\phi = 30$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{30000}{1000} = 30 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{máx}} = 30 \cdot (30) = 900 \text{ MPa}$$

Se a carga agir bruscamente sem queda, $h = 0$ e $\phi = 2$, $\sigma_{\text{máx}} = 60 \text{ MPa}$

Exemplo 3.4 Uma viga de aço é atingida ao meio do vão por um bloco de 450 N que se move horizontalmente com $v = 2,1 \text{ m/s}$. Pede-se determinar a carga estática equivalente.



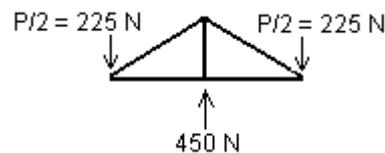
$$I = 2 \left[\frac{100 \cdot (4,9)^3}{12} + 100 \cdot 4,9 \cdot (72,55)^2 \right] + \frac{4,3 \cdot (140,2)^3}{12} = 6.147.679,92 \text{ mm}^4$$

$$w_{\text{cin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2, \quad m = \frac{P(\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2)}{g(\text{m} / \text{n}^2)} = \frac{450}{9,8} = 45,92 \text{ Kg}$$

$$w_{\text{cin}} = \frac{1}{2} (45,2) \cdot (2,1)^2 = 101,25 \text{ Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{N} \cdot \text{m} = 101,25 \cdot 10^3 \text{ Nmm}$$

$$w_{\text{est}} = \frac{1}{2} \int \frac{M^2 \cdot dx}{EI} = \frac{P^2 \cdot L^3}{6EI}$$

$$w_{\text{est}} = \frac{2 \cdot (225)^2 \cdot (2500)^3}{6 \cdot (205000) \cdot (6147679,92)} = 209,2 \text{ Nmm}$$

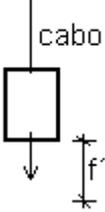


$$\phi = 23,02$$

$$P_{\text{eq}} = 450 \times 23,02 = 10360 \text{ N}$$

Exemplo 3.5 Um elevador pesando 20 kN desce com velocidade constante $v = 1 \text{ m/s}$. Deseja-se fazer um teste para avaliação da segurança do cabo em relação a possibilidade de frenagem brusca nessas circunstâncias. O comprimento do cabo no instante da parada é de 10,0 m.

$$\text{Dados} \begin{cases} E = 0,7 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2 \\ A = 400 \text{ mm}^2 \\ P_{\text{adm}} = 120 \text{ kN} \end{cases}$$

$$w_{\text{cin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{g} \cdot v^2$$


cabo

$$w_{\text{est}} = \frac{1}{2} \cdot P \cdot f'$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \phi = 1 + \sqrt{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{Pv^2}{g} \cdot \frac{2}{P \cdot f'}} \\ \phi = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot f'}} \end{array}$$

$$\text{mas } f' = \frac{P \cdot L}{EA} = \frac{20000 \text{ N} \cdot 10000 \text{ mm}}{70000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 400 \text{ mm}^2} = 7,14 \text{ mm}$$

$$\phi = 1 + \sqrt{1 + \frac{1000^2 \text{ mm}^2 / \text{s}^2}{9800 \frac{\text{mm}}{\text{s}} \cdot 7,14 \text{ mm}}}$$

$$\phi = 4,91$$

$$P_{\text{máx}} = 20 \text{ kN} \cdot 4,91 = 98,2 < P_{\text{adm}} = 120 \text{ kN} \quad (\text{OK!})$$