

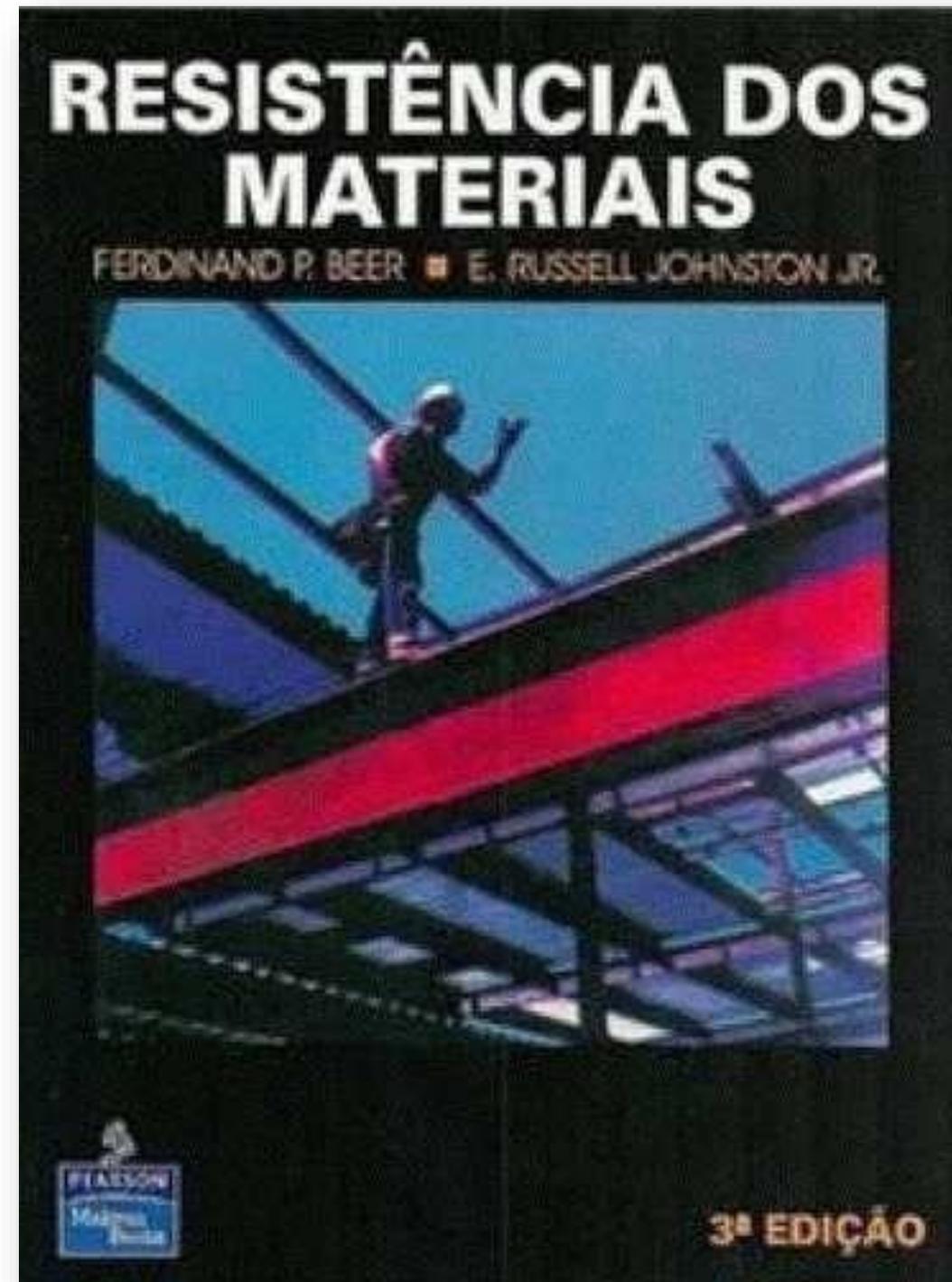
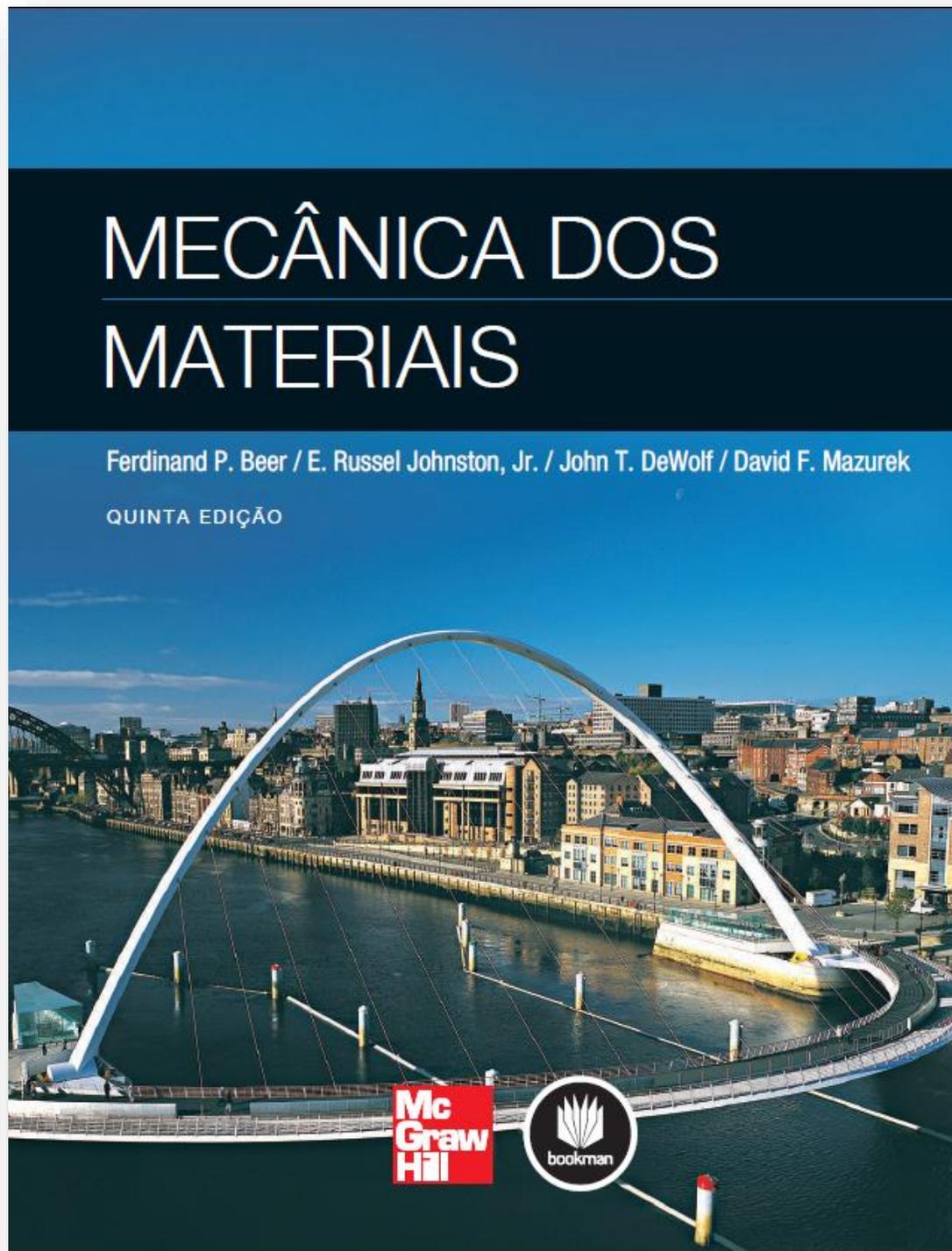
Capítulo 4

Carga de Impacto e Fadiga

Professores Luciano Lima e André Tenchini

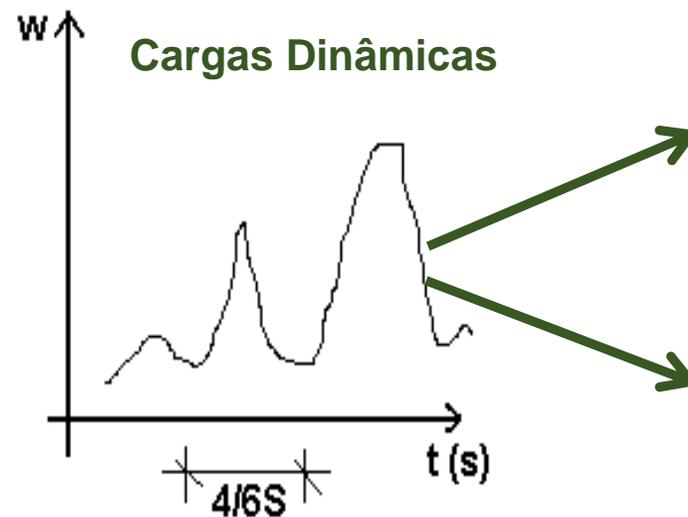
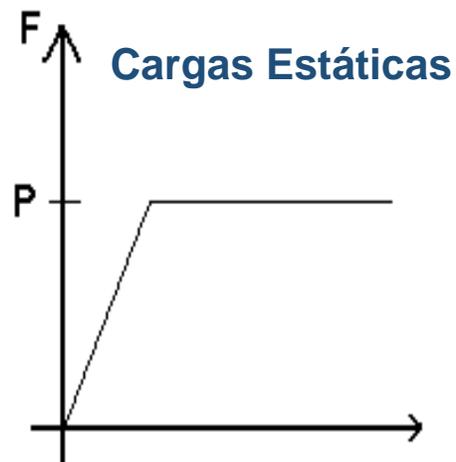


Bibliografia



Carga de Impacto

- Esforços provocados pela aplicação de carga dinâmica. São, em geral, **muito maiores** do que os provocados por cargas estáticas



O vento é uma carga dinâmica, porém é transformado numa carga estática equivalente



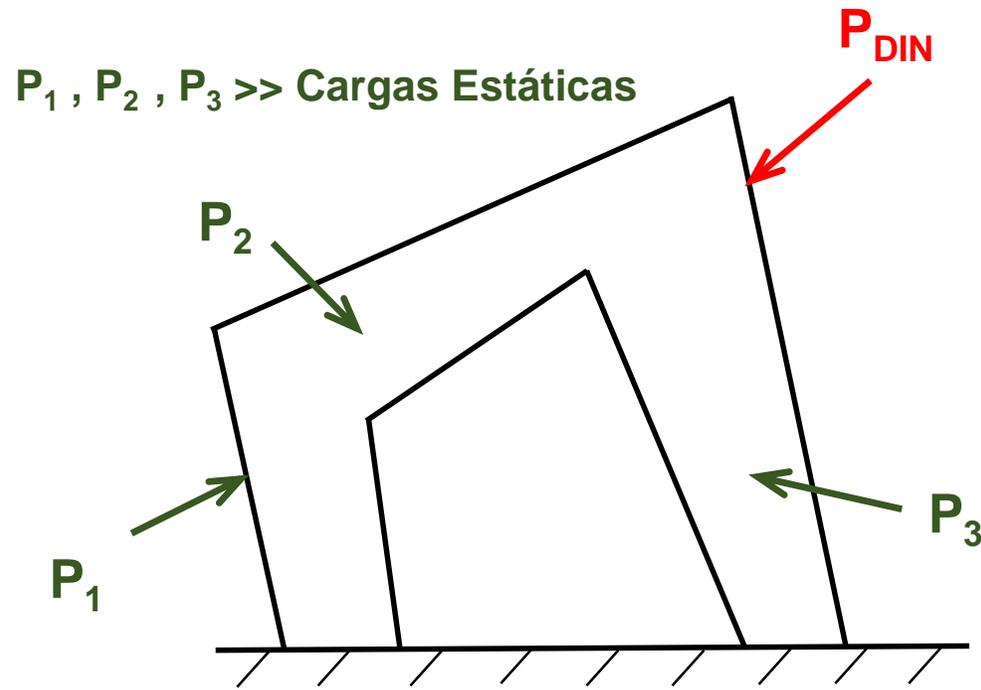
$$P_{eq} = \Phi \times P_{est}$$

Fator Dinâmico



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=duTMAyiCZs4>

Carga de Impacto

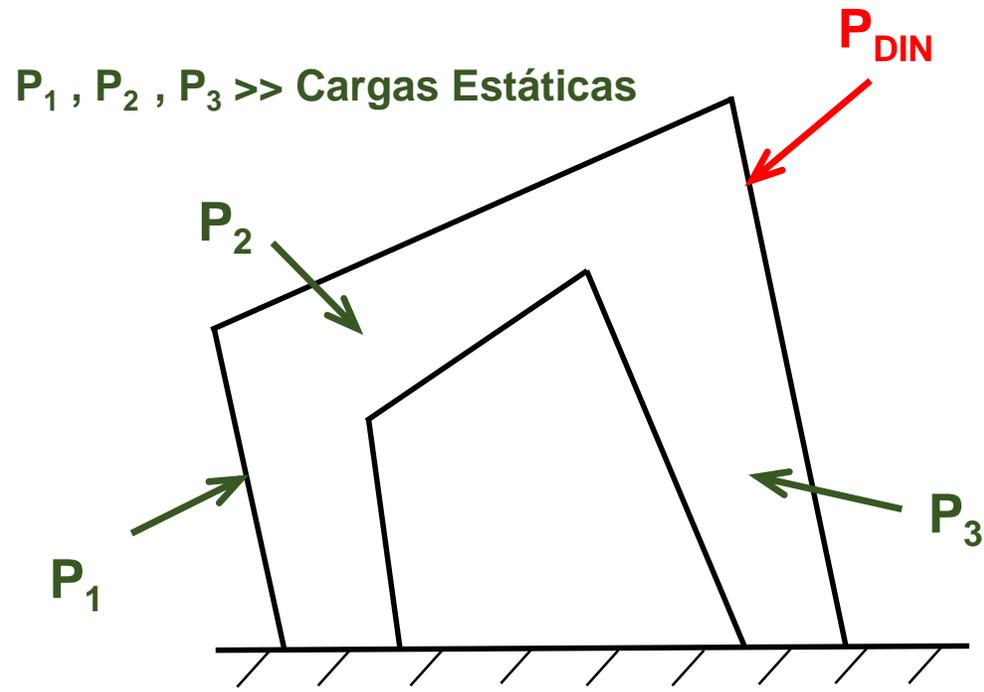


P_{DIN} aplicada de forma ESTÁTICA	P_{DIN} aplicada de forma DINÂMICA
$\sigma = \sigma_0 + \sigma$	$\sigma = \sigma_0 + \phi\sigma$
$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon$	$\varepsilon = \varepsilon_0 + \phi\varepsilon$
$\delta = \delta_0 + \delta$	$\delta = \delta_0 + \phi\delta$
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> ↙ ↘ </div> P_1, P_2, P_3 P_{EST}	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> ↙ ↘ </div> P_1, P_2, P_3 P_{DIN}

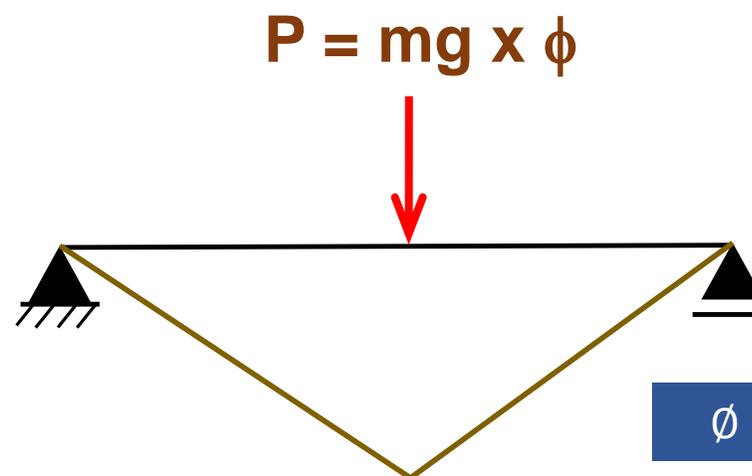
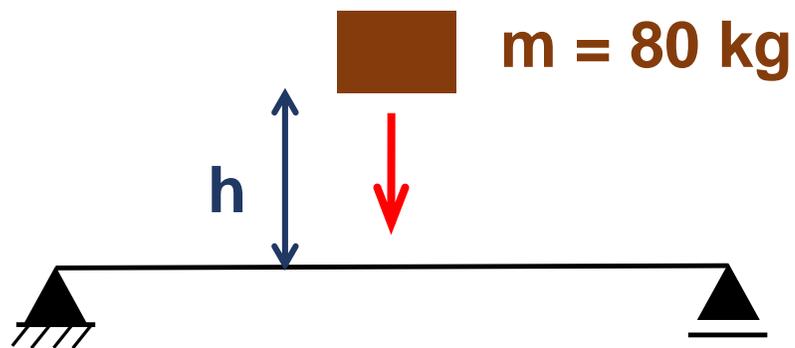
- Hipóteses adotadas:

- i. Corpo isótropo e homogêneo -> Lei de Hooke;
- ii. Cargas estáticas aplicadas inicialmente -> posterior aplicação de P_{DIN} (carga dinâmica);
- iii. Durante a aplicação de P_{DIN} o material continua a obedecer a Lei de Hooke;
- iv. Transmissão dos efeitos de P_{DIN} -> instantânea.

Carga de Impacto



P_{DIN} aplicada de forma ESTÁTICA	P_{DIN} aplicada de forma DINÂMICA
$\sigma = \sigma_0 + \sigma$	$\sigma = \sigma_0 + \phi \sigma$
$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon$	$\varepsilon = \varepsilon_0 + \phi \varepsilon$
$\delta = \delta_0 + \delta$	$\delta = \delta_0 + \phi \delta$
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> P_1, P_2, P_3 P_{EST} </div>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> P_1, P_2, P_3 P_{DIN} </div>



$$M = \frac{PL}{4} \phi$$

$\phi > 1,0$ (Fator Dinâmico)



Carga de Impacto

Para determinação do fator dinâmico, considere-se que:

$$W = W_0 + W_0' + W_0''$$

Energia associada a aplicação de P_{DIN} apenas

$$W'' = \phi^2 \frac{1}{2E} (\sigma_{10}'^2 + \sigma_{20}'^2 + \sigma_{30}'^2) - \frac{\phi^2 v}{E} ((\sigma_{10}' \sigma_{20}') + (\sigma_{20}' \sigma_{30}') + (\sigma_{30}' \sigma_{10}'))$$

Energia referente a modificação do estágio inicial (W_0) devido a aplicação de P_{DIN}

$$W_0' = \phi \frac{1}{E} (\sigma_{10} \sigma_{10}' + \sigma_{20} \sigma_{20}' + \sigma_{30} \sigma_{30}') - \frac{\phi v}{E} (\sigma_{10} (\sigma_{20}' + \sigma_{30}') + \sigma_{20} (\sigma_{10}' + \sigma_{30}') + \sigma_{30} (\sigma_{10}' + \sigma_{20}'))$$

Energia referente a aplicação só das cargas estáticas P_1, P_2, P_3

$$W_0 = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \frac{v}{E} (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3 + \sigma_2 \sigma_3)$$

Carga de Impacto

Para determinação do fator dinâmico, considere-se que:

- A energia armazenada, correspondente à aplicação dos **dois sistemas de esforços** (σ_{i0} e σ'_{i0}) é igual à soma das energias (W_0 e W'') correspondentes à aplicação de cada um dos sistemas isoladamente
- **Acrescida da energia** (W'_0) que realizam as **tensões inicialmente aplicadas**, durante a ação do segundo sistema de esforços
- Apenas P_{DIN} aplicada de forma isolada

$$W = W_0'' = \phi^2 W_{EST}$$

Carga de Impacto

Para determinação do fator dinâmico, considere-se que:

$$W = W_0'' = \phi^2 W_{EST}$$

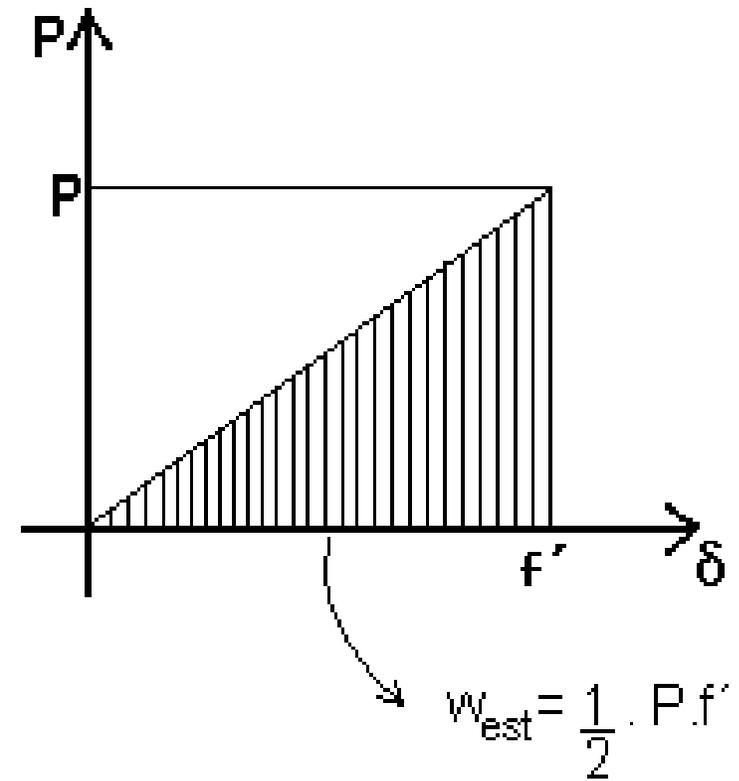


$$\phi^2 W_{EST} = \underbrace{P_{DIN} \times f}_{\text{Trabalho}} + W_{CIN}$$

$$\phi^2 W_{EST} = \phi P_{EST} \times f + W_{CIN}$$

$$\phi^2 W_{EST} = 2W_{EST} \times \phi + W_{CIN}$$

$$\phi^2 - 2\phi - \frac{W_{CIN}}{W_{EST}} = 0 \quad \Rightarrow$$



Fator Dinâmico

$$\phi = 1 + \sqrt{1 + \frac{W_{CIN}}{W_{EST}}}$$

Carga de Impacto

W_{EST} – Energia referente a consideração da carga dinâmica aplicada como sendo estática

W_{CIN} – Energia associada ao fato de que a “carga” pode estar em movimento

$$\phi = 1 + \sqrt{1 + \frac{W_{CIN}}{W_{EST}}}$$

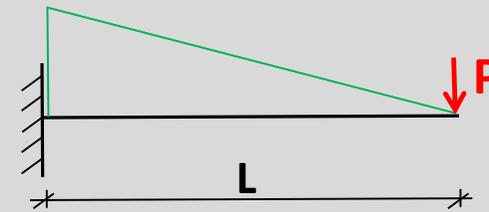
Energia cinética \Rightarrow

$$W_{CIN} = \frac{mv^2}{2}$$

Energia potencial \Rightarrow

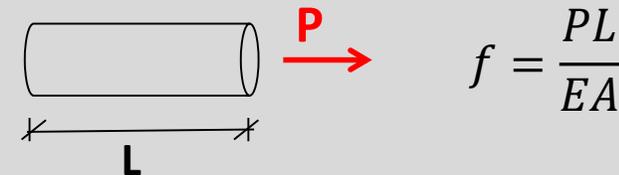
$$W_{CIN} = mgh$$

Flexão \Rightarrow



$$W_{EST} = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx = \int_0^L \frac{(PL)^2}{2EI} dx = \frac{P^2 L^3}{6EI}$$

Normal \Rightarrow

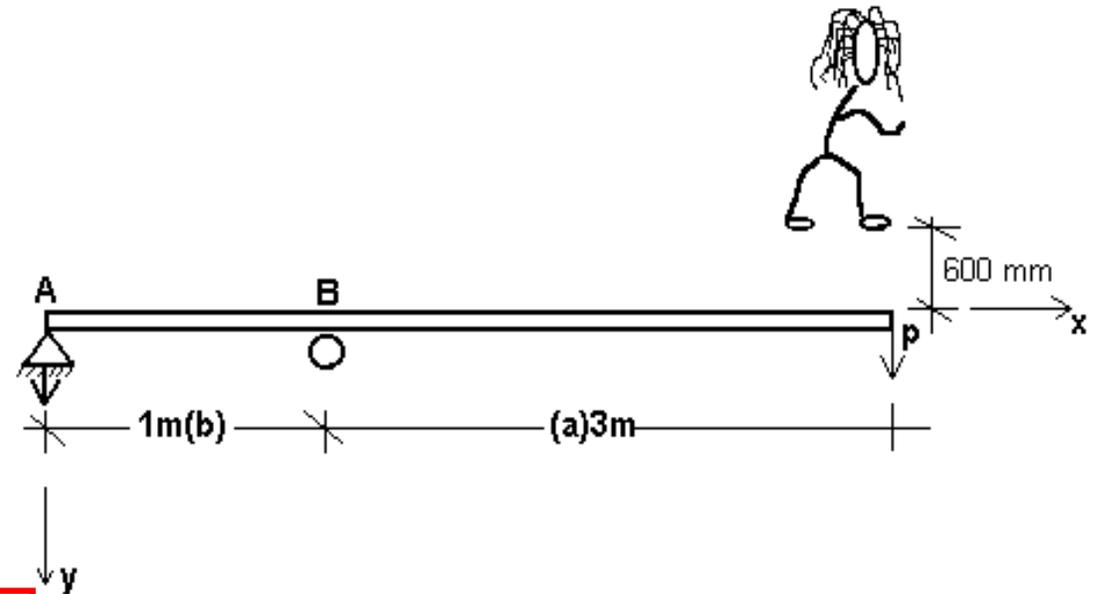


$$W_{EST} = \frac{Pf}{2} = \frac{PxPL}{2EA} = \frac{P^2 L}{2EA}$$

Exemplos – Carga de Impacto

Exemplo 4.1

Pede-se obter o fator dinâmico e o deslocamento da extremidade do trampolim abaixo sabendo-se que o peso do atleta é de 735 N e que este salta de uma altura de 600 mm. ($E = 50 \text{ GPa}$)



$$I = \frac{350 \cdot (50)^3}{12} = 3,645 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\phi = 1 + \sqrt{1 + \frac{W_{CIN}}{W_{EST}}}$$

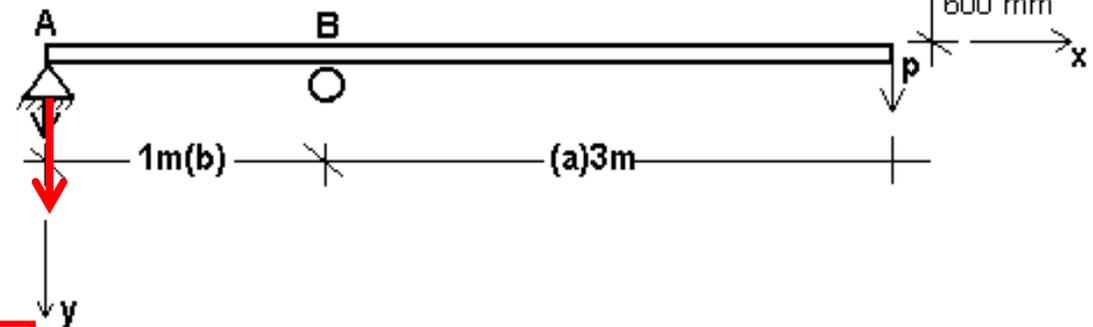
Energia Cinética

$$W_{CIN} = mgh = 735N \times 0,6m = 441 \text{ Nm}$$

Exemplos – Carga de Impacto

Exemplo 4.1

Pede-se obter o fator dinâmico e o deslocamento da extremidade do trampolim abaixo sabendo-se que o peso do atleta é de 735 N e que este salta de uma altura de 600 mm. ($E = 50 \text{ GPa}$)

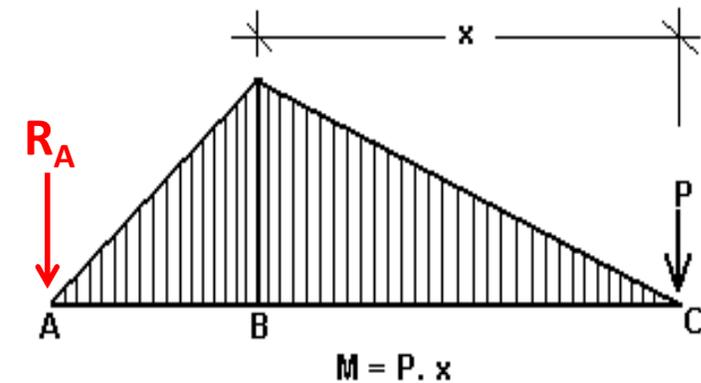


$$I = \frac{350 \cdot (50)^3}{12} = 3,645 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\downarrow R_A = \frac{Pa}{b} = \frac{735 \times 3}{1} = 2.205 \text{ kN}$$

Energia Estática

$$W_{EST} = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx = \frac{R_A^2 b^3}{6EI} + \frac{P^2 a^3}{6EI}$$



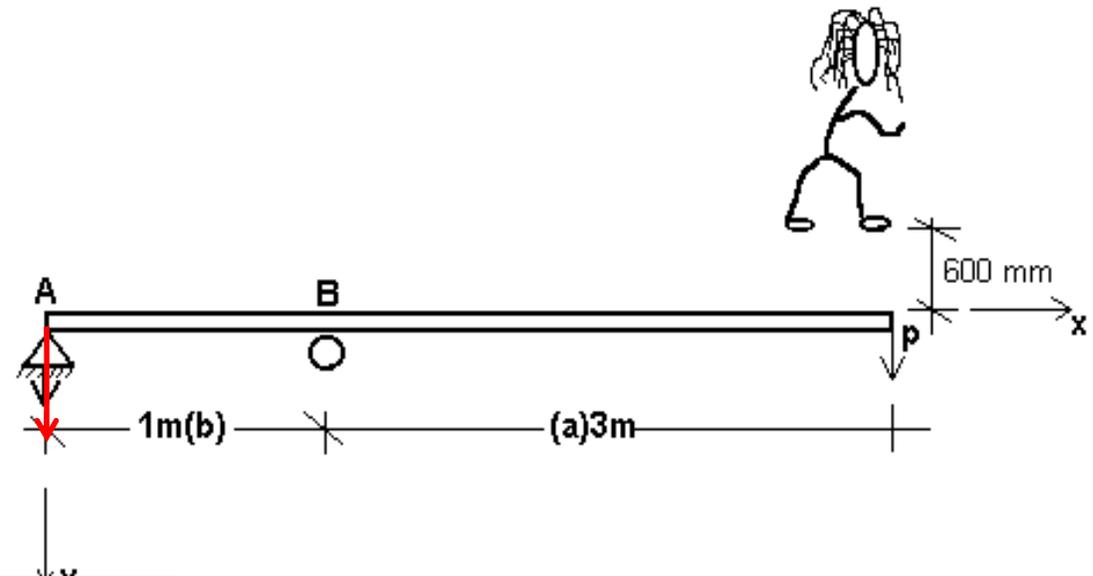
$$W_{EST} = \frac{2205^2 \times 1000^3}{6 \times (50000) \times 3,645 \cdot 10^6} + \frac{735^2 \times 3000^3}{6 \times (50000) \times 3,645 \cdot 10^6} \frac{\text{N}^2 \cdot \text{mm}^3}{\text{N} / \text{mm}^2 \cdot \text{mm}^4}$$

$$W_{EST} = 4446,3 + 13338,9 = 17.785,2 \text{ Nmm}$$

Exemplos – Carga de Impacto

Exemplo 4.1

Pede-se obter o fator dinâmico e o deslocamento da extremidade do trampolim abaixo sabendo-se que o peso do atleta é de 735 N e que este salta de uma altura de 600 mm. ($E = 50 \text{ GPa}$)



$$\phi = 1 + \sqrt{1 + \frac{W_{CIN}}{W_{EST}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{441.000}{17.785,2}} = 6,08$$

⇒ O peso do atleta será ampliado em 6,08x

Deslocamento da viga:

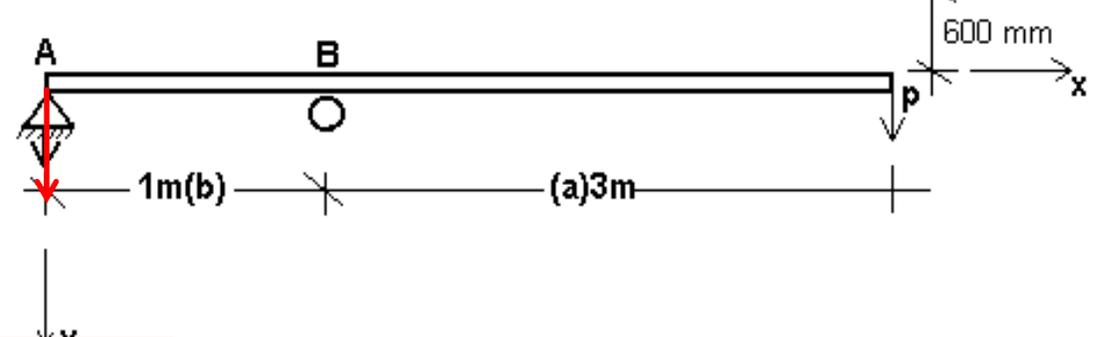
$$W_{EST} = \frac{1}{2} P f_{EST} \quad \rightarrow \quad f_{EST} = 2 \frac{W_{EST}}{P} \quad \Rightarrow \quad f_{DIN} = f_{EST} \times \phi$$

$$f_{DIN} = 2 \frac{W_{EST}}{P} \times \phi = \frac{2 \times 17785,2}{735} \times 6,08 = 294,2 \text{ mm}$$

Exemplos – Carga de Impacto

Exemplo 4.1

Pede-se obter o fator dinâmico e o deslocamento da extremidade do trampolim abaixo sabendo-se que o peso do atleta é de 735 N e que este salta de uma altura de 600 mm. ($E = 50 \text{ GPa}$)



$$\phi = 1 + \sqrt{1 + \frac{W_{CIN}}{W_{EST}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{441.000}{17.785,2}} = 6,08$$

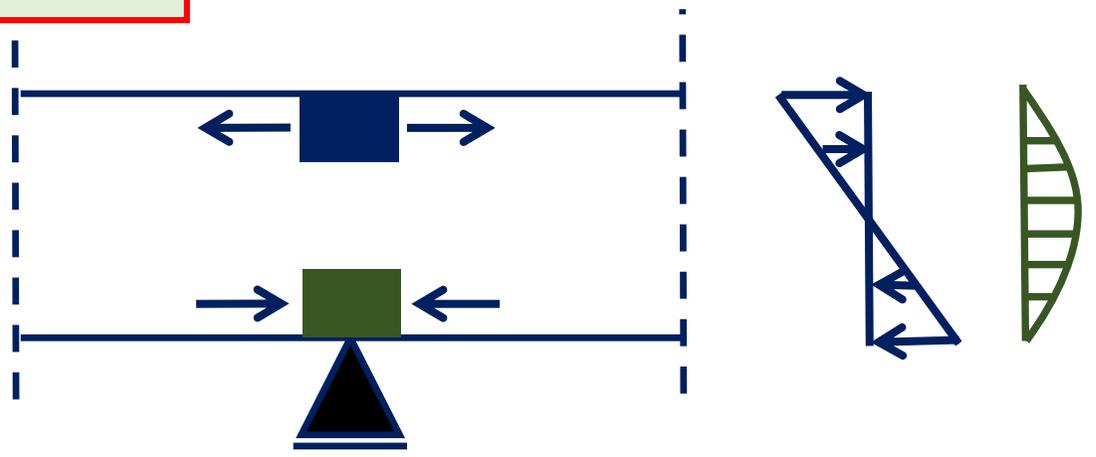
⇒ O peso do atleta será ampliado em 6,08x

Tensão no apoio:

$$\sigma_{DIN} = \sigma_{EST} \times \phi = \frac{Mc}{I} \phi$$

$$\sigma_{DIN} = \frac{Mc}{I} \phi = \frac{2205 \times 10^3 \times 50/2}{3,645 \times 10^6} \times 6,08$$

$$= 91,93 \text{ MPa}$$



$$\sigma_{VM}^2 = [\sigma_1^2 - 2\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2]$$

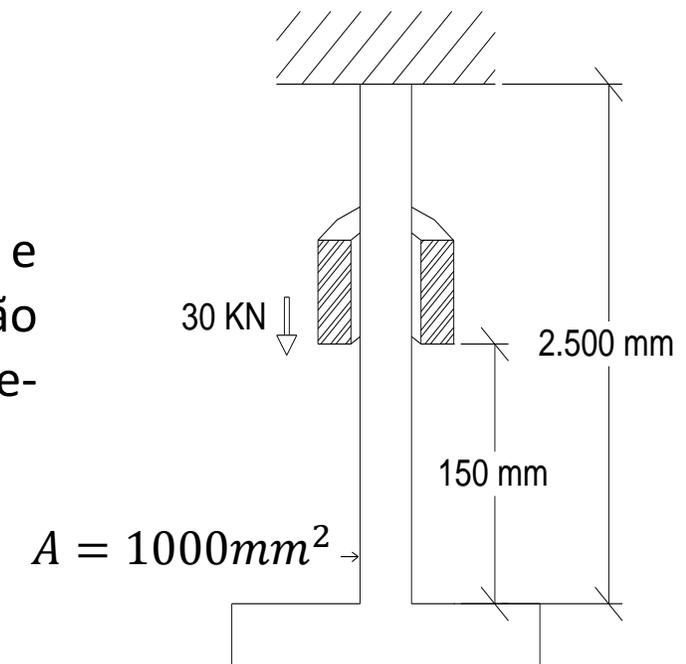
$$\sigma_{VM} = \sigma_1 = 91,93 \text{ MPa}$$

$\sigma_y = 150 \text{ MPa}$ } Não falha!

Exemplos – Carga de Impacto

Exemplo 4.2

Considere-se um peso $P = 30 \text{ KN}$ que cai de uma altura $h = 150 \text{ mm}$ e aplica tração axial numa barra de comprimento $L = 2,5 \text{ m}$, área de seção transversal, A , constituída de um material cujo $E = 210.000 \text{ MPa}$. Pedese obter a tensão atuante na barra provocada pela carga dinâmica.



Energia Cinética

$$W_{CIN} = mgh = 30 \times 10^3 \text{ N} \times 150 \text{ mm} = 4500 \times 10^3 \text{ Nmm}$$

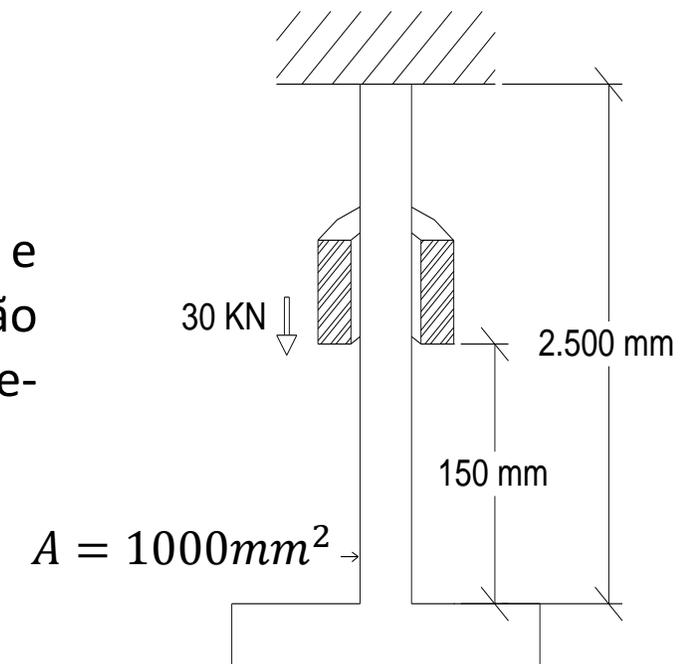
Energia Estática

$$W_{EST} = \frac{P^2 L}{2EA} = \frac{(30 \times 10^3)^2 \times (2500)}{2 \times (210 \times 10^3) \times 1000} = 5357,14 \text{ Nmm}$$

Exemplos – Carga de Impacto

Exemplo 4.2

Considere-se um peso $P = 30 \text{ kN}$ que cai de uma altura $h = 150 \text{ mm}$ e aplica tração axial numa barra de comprimento $L = 2,5 \text{ m}$, área de seção transversal, A , constituída de um material cujo $E = 210.000 \text{ MPa}$. Pede-se obter a tensão atuante na barra provocada pela carga dinâmica.



Fator Dinâmico

$$\phi = 1 + \sqrt{1 + \frac{W_{CIN}}{W_{EST}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{4500 \times 10^3}{5357,14}} = 30$$

Tensão

$$\sigma_{DIN} = \frac{P}{A} \phi = \frac{30 \times 10^3}{1000} \times 30 = 900 \text{ MPa}$$

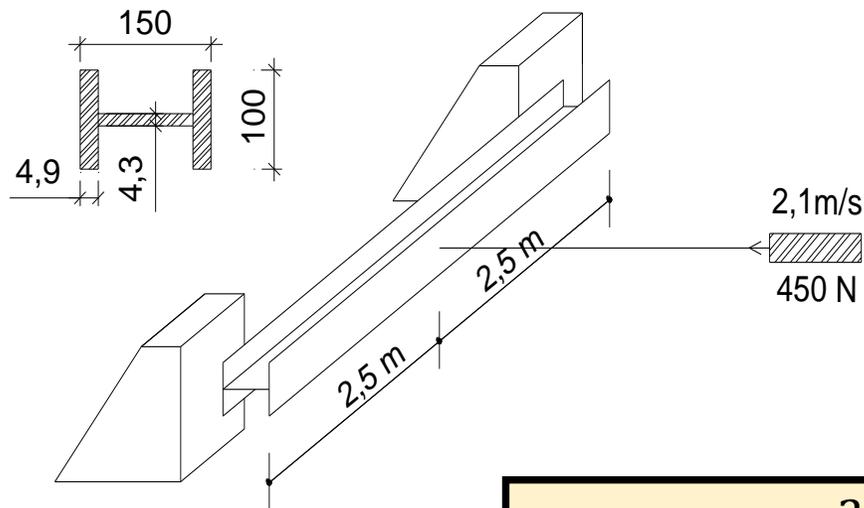
se $\sigma_y = 1100 \text{ MPa}$, falha?

$$\sigma_{DIN} = \sigma_1 < \sigma_y$$

Não!

Exemplos – Carga de Impacto

Exemplo 4.3



Uma viga de aço é atingida ao meio do vão por um bloco de 450 N que se move horizontalmente com $v = 2,1$ m/s. Peça-se determinar a carga estática equivalente.

$$I = 2 \left[\frac{100 \cdot (4,9)^3}{12} + 100 \cdot 4,9 \cdot (72,55)^2 \right] + \frac{4,3 \cdot (140,2)^3}{12} = 6.147.679,92 \text{ mm}^4$$

Energia Cinética

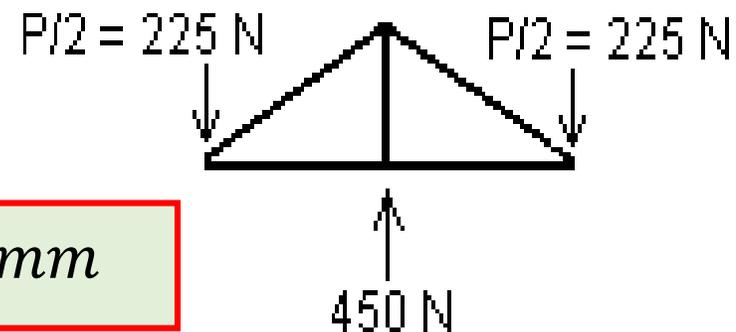
$$W_{CIN} = \frac{mv^2}{2}$$

$$W_{CIN} = \frac{(45,2)(2,1)^2}{2} = 101,25 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = 101,25 \times 10^3 \text{ Nmm}$$

Energia Estática

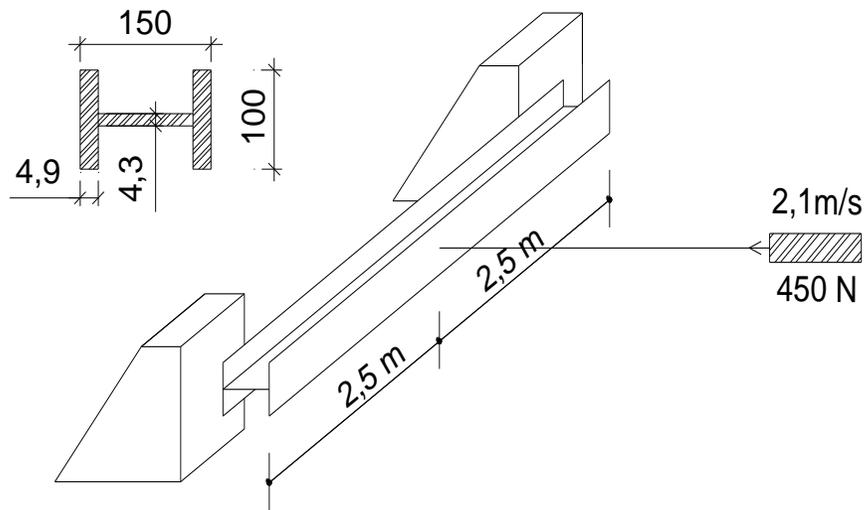
$$W_{EST} = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx$$

$$W_{EST} = 2 \frac{(225)^2 \cdot (2500)^3}{6 \cdot (205000) \cdot (6,147 \times 10^6)} = 209,2 \text{ Nmm}$$



Exemplos – Carga de Impacto

Exemplo 4.3



Uma viga de aço é atingida ao meio do vão por um bloco de 450 N que se move horizontalmente com $v = 2,1$ m/s. Peça-se determinar a carga estática equivalente.

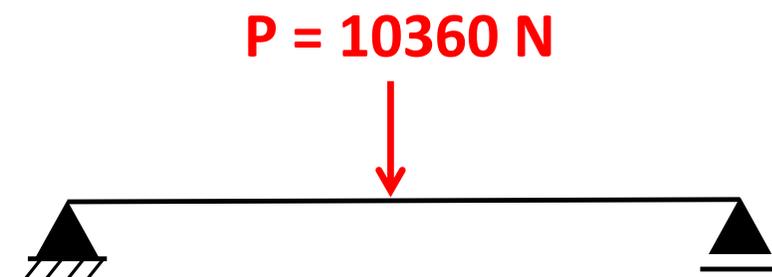
$$I = 2 \left[\frac{100 \cdot (4,9)^3}{12} + 100 \cdot 4,9 \cdot (72,55)^2 \right] + \frac{4,3 \cdot (140,2)^3}{12} = 6.147.679,92 \text{ mm}^4$$

Fator Dinâmico

$$\phi = 1 + \sqrt{1 + \frac{W_{CIN}}{W_{EST}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{101,25 \times 10^3}{209,20}} = 23,02$$

Carga Estática Equivalente

$$P_{DIN} = 450 \times 23,02 = 10360 \text{ N}$$



Noções de Fadiga

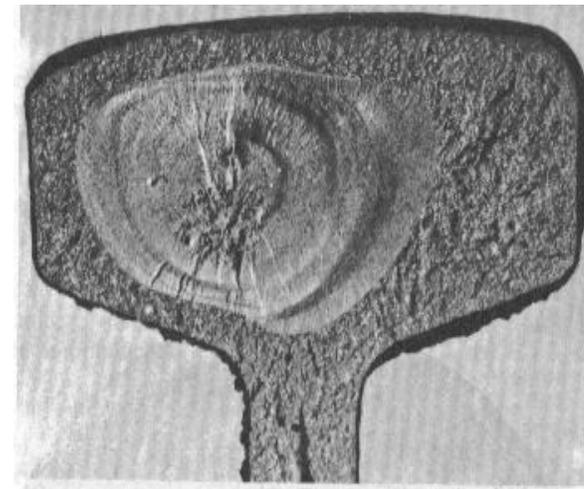
- Em 1860, um engenheiro ferroviário alemão **August Wohler** realizou ensaios sobre os eixos das locomotivas pois elas **fraturavam com uma determinada frequência**
- Ele conclui que o material pode ser **levado à falha** devido a ciclos de cargas mesmo para valores **abaixo da sua tensão de ruptura**
- Wohler percebeu que a fratura estava relacionada **a amplitude da tensão aplicada (S)** em função do **número de ciclos** onde esta relação resultou nas tradicionais **curvas S-N**
- Mostrou que a vida em fadiga **diminui** quando a **amplitude de tensão aplicada aumenta**
- E ainda, provou que existe um **valor mínimo para a resistência à fadiga** não importando o **número de ciclos de carga aplicados**

Noções de Fadiga

- Elementos estruturas podem estar submetidos à **variações de carregamento** que se repetem ao longo do tempo (tensões e/ou deformações) – **carregamento cíclicos**
- Definição: Fenômeno de diminuição da resistência de um material em uma estrutura proveniente da aplicação de **solicitação alternadas diversas vezes**
- Alteração estrutural localizada caracterizada pela **geração e propagação de fissuras: I) Iniciação da Trinca, II) Propagação e III) Ruptura**



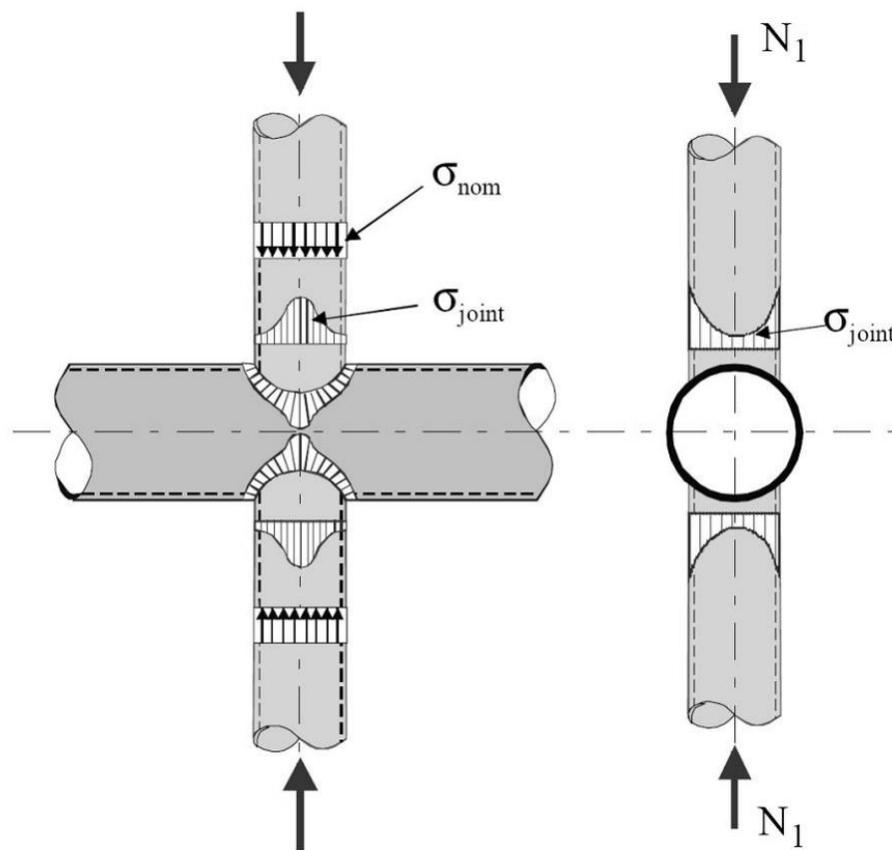
Microfendas formam-se atravessando toda a seção



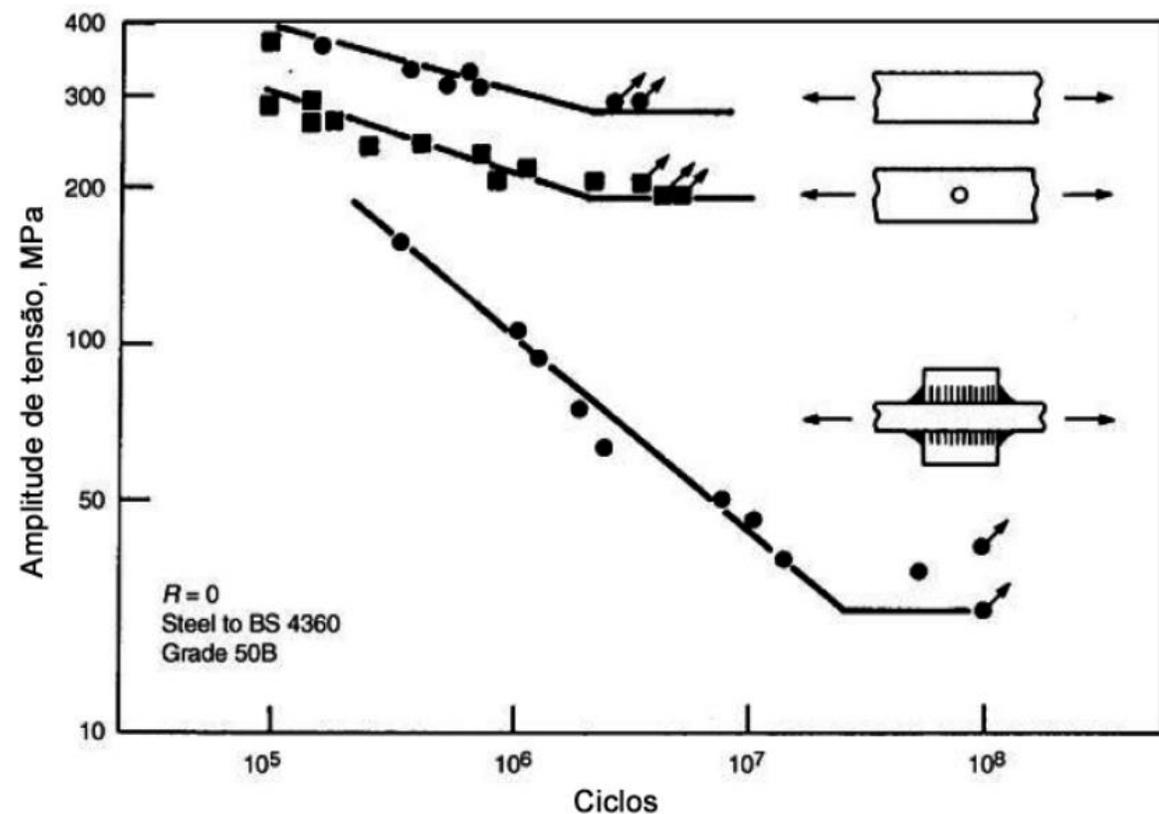
Ruptura de um trilho de trem pela imperfeição localizada

Noções de Fadiga

- Fatores que amplificam problemas de fadiga: **pontos com elevado fator de concentração de tensão** (borda de um furo, entalhes, etc.); **pontos com material "defeituosos"**



Distribuição das tensões em ligação tubular "X" com perfis tubulares circulares
(Fonte: CIDECT 2000)



Curvas S-N comparando uma ligação soldada com elemento plano
(Fonte: ASM, 1998)

Noções de Fadiga

Exemplos de estruturas sujeitas ao fenômeno da fadiga:

Fonte: <https://www.dic-ing.ch/html/framePublication.trm>



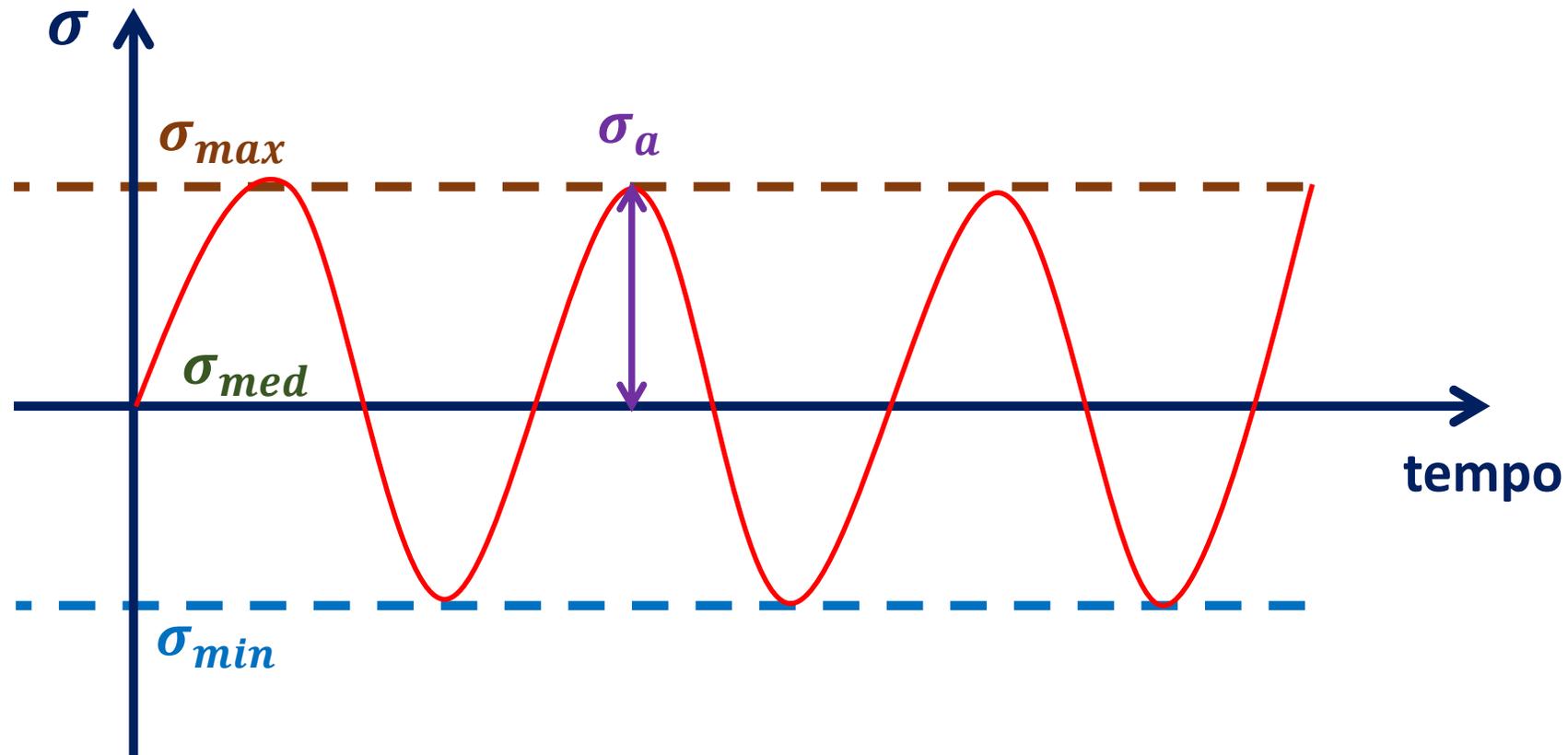
Pontes

Torre Eólica



Fonte: <https://www.mapadaobra.com.br/inovacao/torres-eolicas-de-concreto-podem-ser-produzidas-in-loco/>

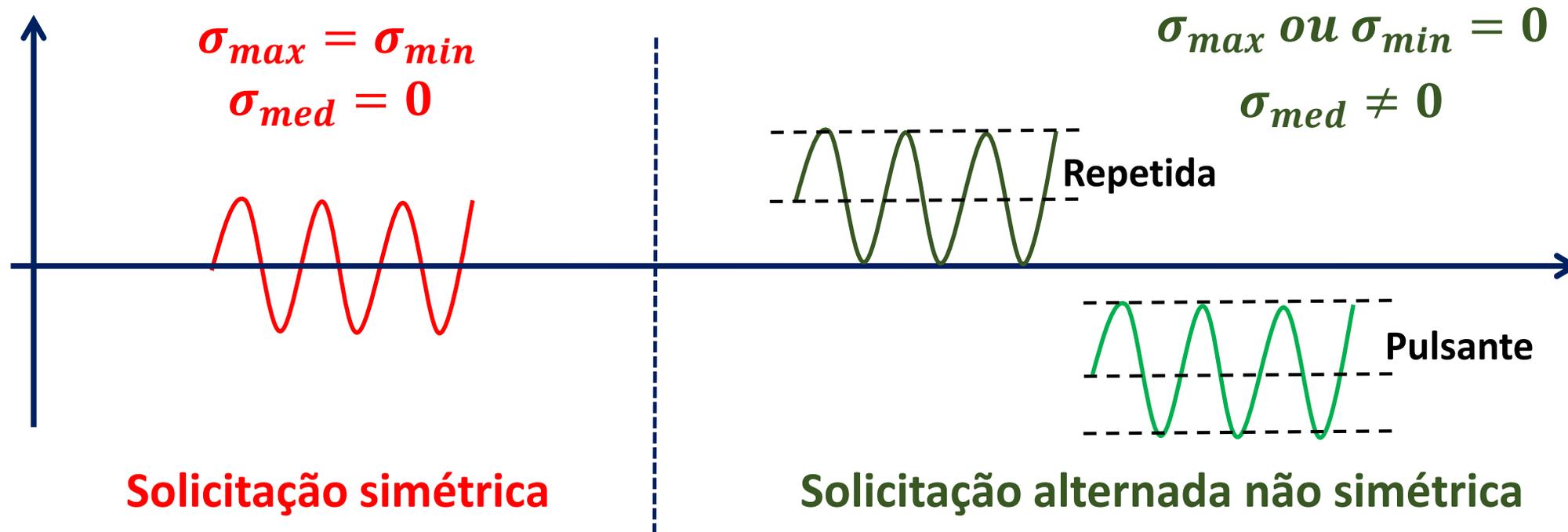
Noções de Fadiga



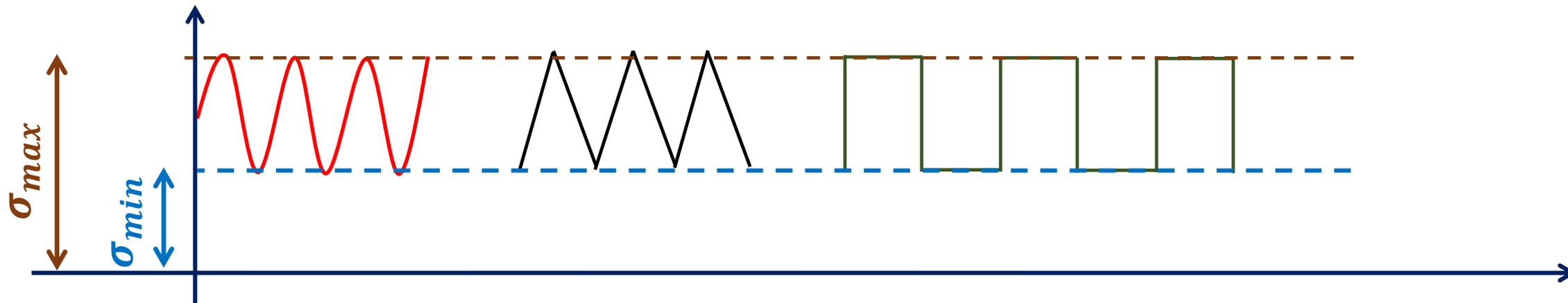
$$\sigma_{med} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

Noções de Fadiga

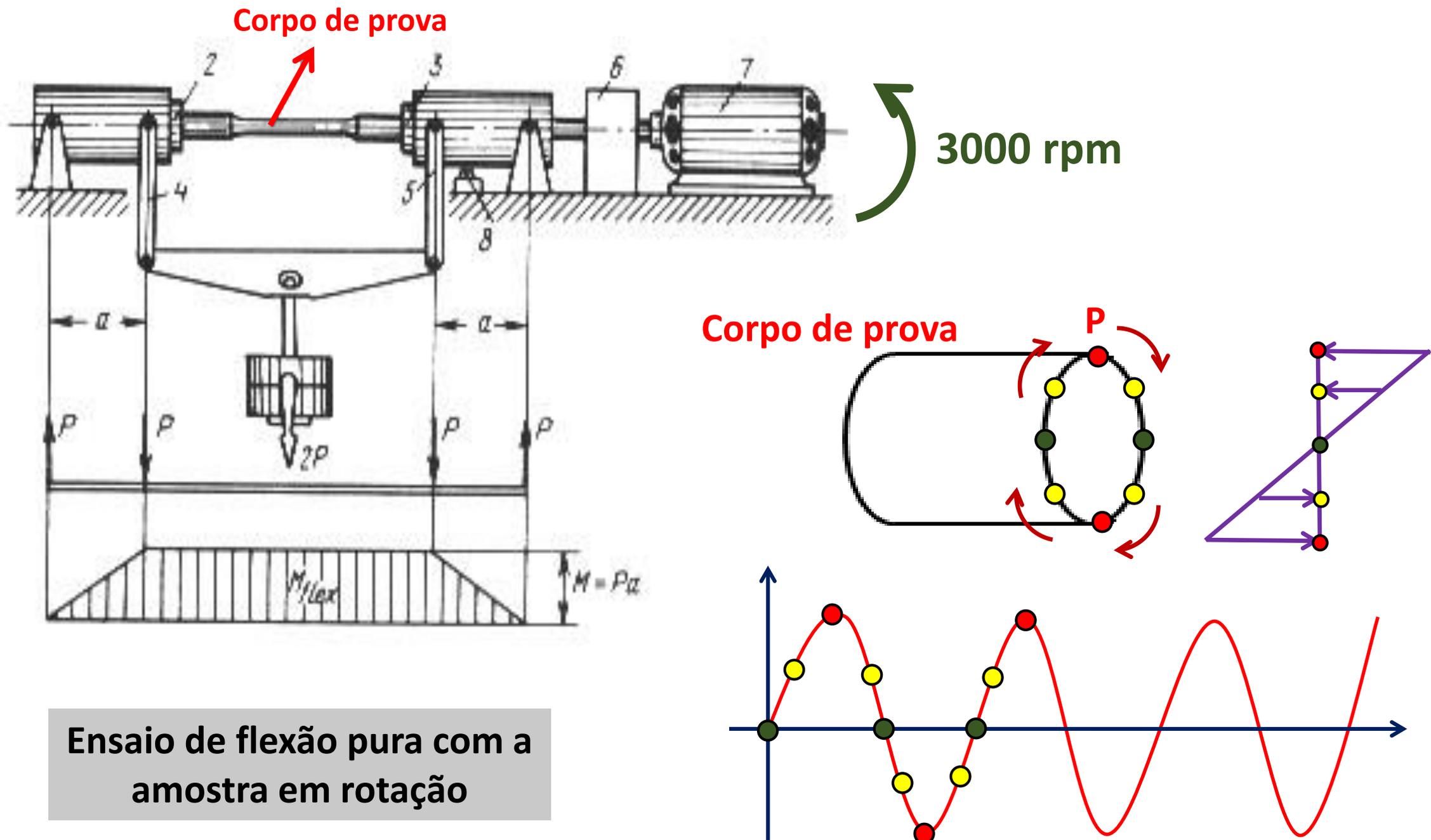


- A obtenção da **resistência à fadiga** é através das tensões máximas e mínimas do ciclo desconsiderando-se a variação das tensões dentro do **intervalo** $\sigma_{max} - \sigma_{min}$



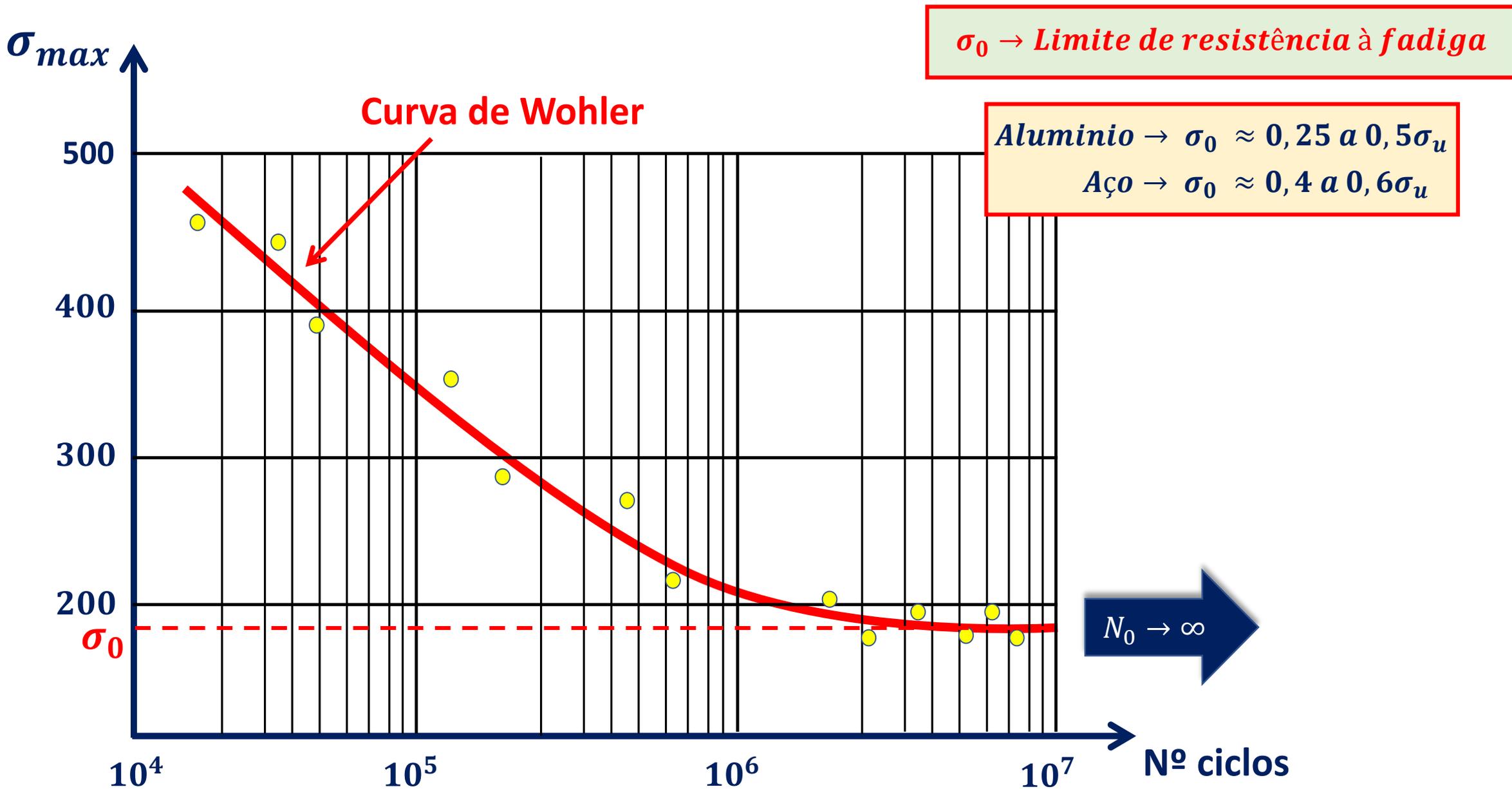
Noções de Fadiga

Ensaio experimental para ciclo simétrico



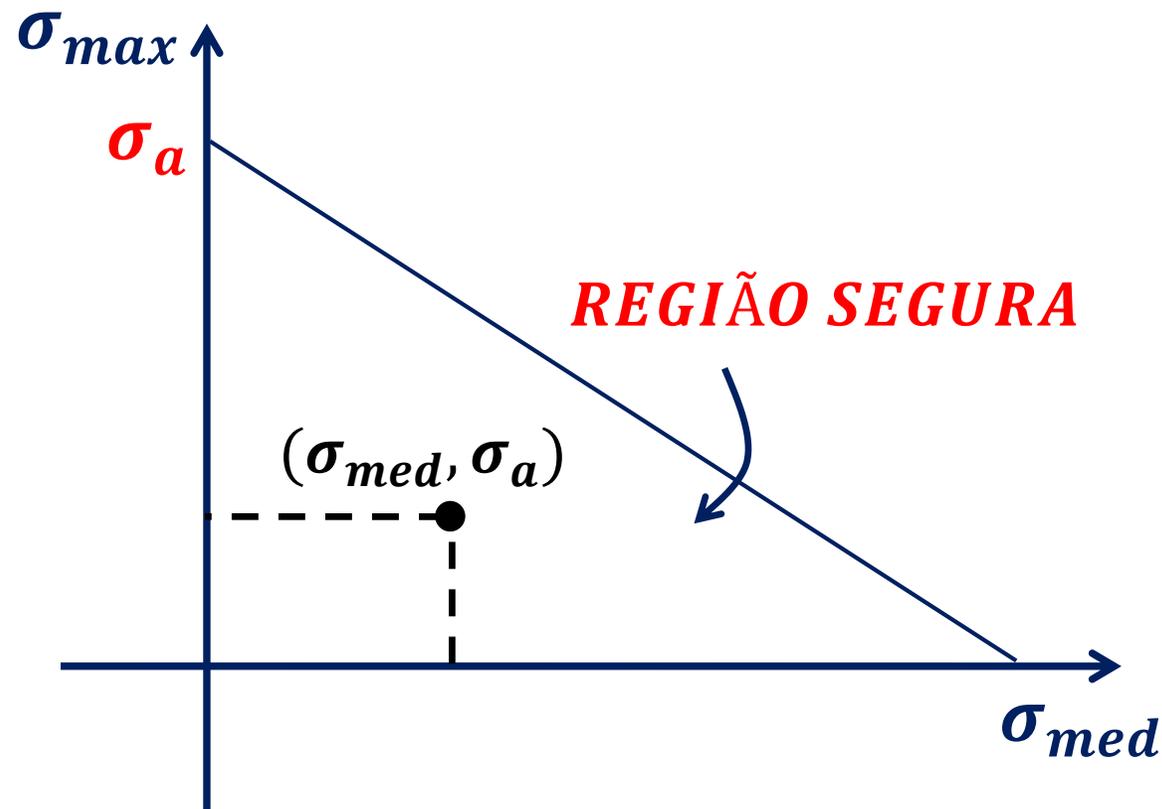
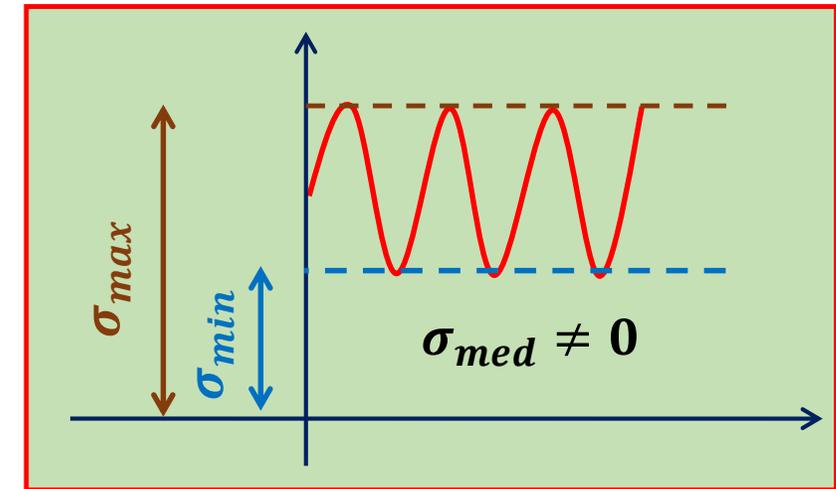
Noções de Fadiga

Curva S-N



Noções de Fadiga

- Existem também ensaios para **ciclos assimétricos** onde as amostras são submetidas à **tração e compressão** e não mais à flexão
- Nestes ensaios, para cada grupo de amostras, fixa-se um valor de σ_m e a amplitude limite σ_a é determinada pelo **número básico de ciclos**

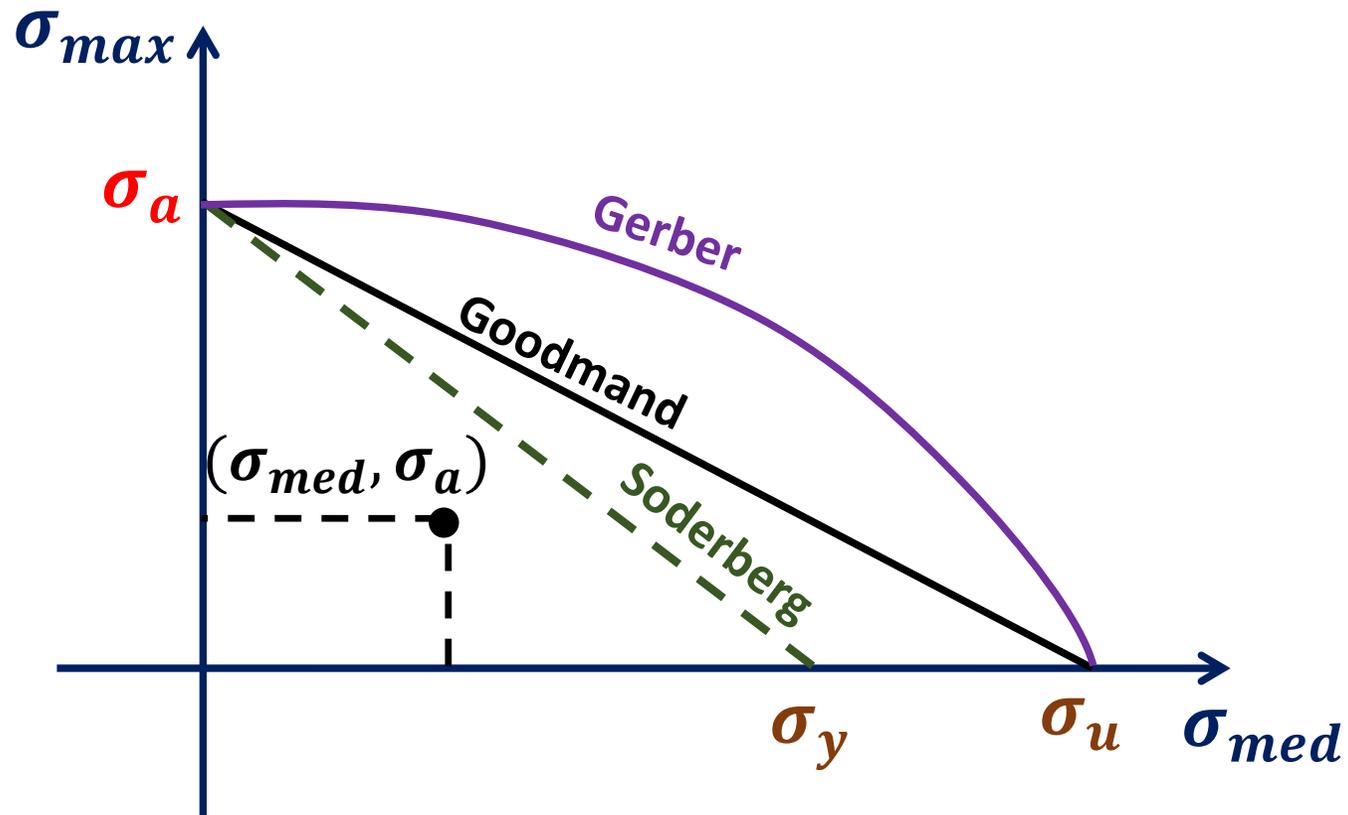


Para um caso assimétrico, a ruptura poderá ser caracterizada levando-se em conta os limites que definirão a envoltória



Noções de Fadiga

Critérios para definição da resistência à fadiga de ciclo assimétrico



Goodmand (ING, 1889)

$$\sigma_f = \sigma_a \left(1 - \frac{\sigma_{med}}{\sigma_u} \right)$$

Soderberg (USA, 1930)

$$\sigma_f = \sigma_a \left(1 - \frac{\sigma_{med}}{\sigma_y} \right)$$

Gerber (GER, 1874)

$$\sigma_f = \sigma_a \left(1 - \frac{\sigma_{med}}{\sigma_u} \right)^2$$

Obrigado

