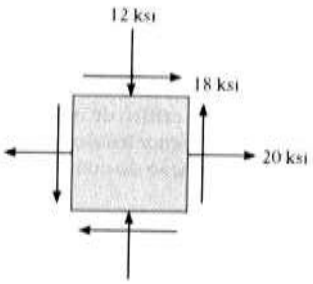
Resistência dos Materiais IV
Lista de Exercícios Capítulo 2 – Critérios de Resistência

10.71 – A tensão de escoamento de um material plástico é σ_y = 110 MPa. Se esse material é submetido a um estado plano de tensões ocorre uma falha elástica quando uma das tensões principais atinge o valor de 120 Mpa, qual é o menor valor da outra tensão principal? Utilize a teoria da máxima energia de distorção. *(23,9MPa)*

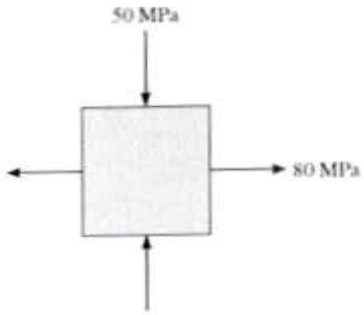
10.73 – O estado plano de tensões no ponto crítico da braçadeira de aço de uma máquina é mostrado na figura. Se a tensão de escoamento do aço é σ_y = 36 ksi, determine se ocorre escoamento do material utilizando a teoria da máxima energia de distorção. *(Sim)*



Probls. 10-73/10-74

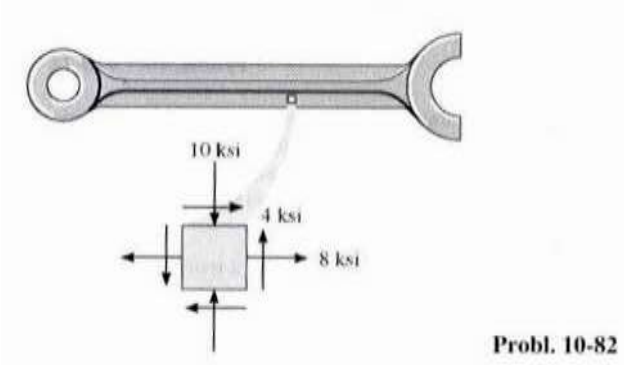
10.74 – Resolva o problema 10-73 utilizando a teoria da máxima tensão cisalhante. *(Sim)*

10.81 – As tensões principais planas atuantes em um elemento são mostrados na figura. Se o material é um aço com tensão de escoamento aço σ_y = 700 MPa, determine o fator de segurança em relação ao escoamento se for considerada a teoria da máxima tensão cisalhante. *(5,38)*



Probl. 10-81

10.82 – O estado de tensões atuantes no ponto crítico de um elemento de máquina é mostrado na figura. Determine a menor tensão de escoamento para um aço a ser selecionado para a fabricação do componente, baseado na teoria da máxima tensão cisalhante. *(19,7 Ksi)*

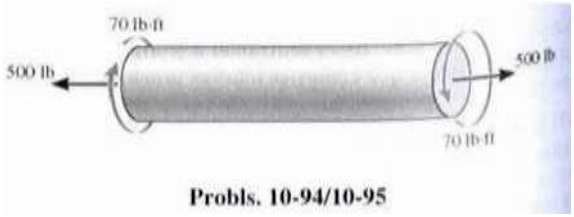


Probl. 10-82

10.83 – A tensão de escoamento de uma liga de urânio é σ_y = 160 MPa. Se um componente de máquina é feito desse material e um ponto crítico do componente está submetido a um estado plano de tensões, tal que as

tensões principais sejam σ_1 e σ_2 = 0,25 σ_1 determine o módulo de σ_1 que causará escoamento do material segundo a teoria da máxima energia de distorção. *(178 MPa)*

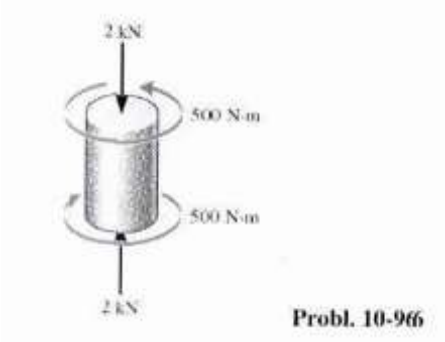
10.94 – O cilindro de aço inoxidável 304, mostrado na figura tem diâmetro interno de 4 in e espessura de parede de 0,1 in. Se ele é submetido a uma pressão interna *p* = 80 psi, uma carga axial de 500 lb e um torque de 70 lb.ft, determine se ocorrerá escoamento segundo a teoria da máxima energia de distorção. *(Não)*



Probls. 10-94/10-95

10.95 – O cilindro de aço inoxidável 304, mostrado na figura tem diâmetro interno de 4 in e espessura de parede de 0,1 in. Se ele é submetido a uma pressão interna *p* = 80 psi, uma carga axial de 500 lb e um torque de 70 lb.ft determine se ocorrerá escoamento segundo a teoria da máxima tensão cisalhante. *(Não)*

10.96 – O cilindro curto de concreto, mostrado na figura, com diâmetro de 50 mm está sujeito a um torque de 500 N.m e a uma carga axial compressiva de 2 kN. Determine se ele falhará segundo a teoria da máxima tensão normal. A tensão última do concreto é σ_u = 28 MPa. *(Não)*



Probl. 10-966

Prob. 12.3-15 – Depois que falhas ocorreram em diversas caixas de rolamento de ferro fundido, tomou-se a decisão de usar rosetas de extensômetros (*stran-gages*) para determinar as tensões de operação e então realizar uma análise de falha usando o *critério de falha de Mohr*. Durante um longo período de operação, a combinação mais crítica de tensões foi estabelecida como sendo (σ_x = 0, σ_y = 115 MPa, τ_{xy} = 75 MPa); e os limites de resistência em tração e compressão do ferro fundido foram determinados como sendo σ_{TU} = 170 MPA e σ_{CU} = 655 MPa, respectivamente. (a) Determine as tensões principais σ_1 e σ_2 correspondentes ao estado de tensão dado. (b) Construa um diagrama de falha de Mohr, como da fig. 12.15b, para o ferro fundido. (c) Usando os resultados obtidos nos itens (a) e (b), você poderia explicar porque as falhas vêem ocorrendo nas caixas de rolamentos? Mostre seus cálculos. *(FS = 1,05 – margem de segurança muito pequena)*

Exemplo 10-10

O tubo de aço mostrado na figura tem um diâmetro interno de 60 mm e um diâmetro externo de 80 mm. Se ele é submetido a um momento torcional de 8 kN.m e um momento fletor de 3,5 kN.m, determine se esse carregamento causa a falha do material segundo a teoria da máxima energia de distorção. A tensão de escoamento do aço, obtida de um teste de tração, é σ_y = 250 MPa.

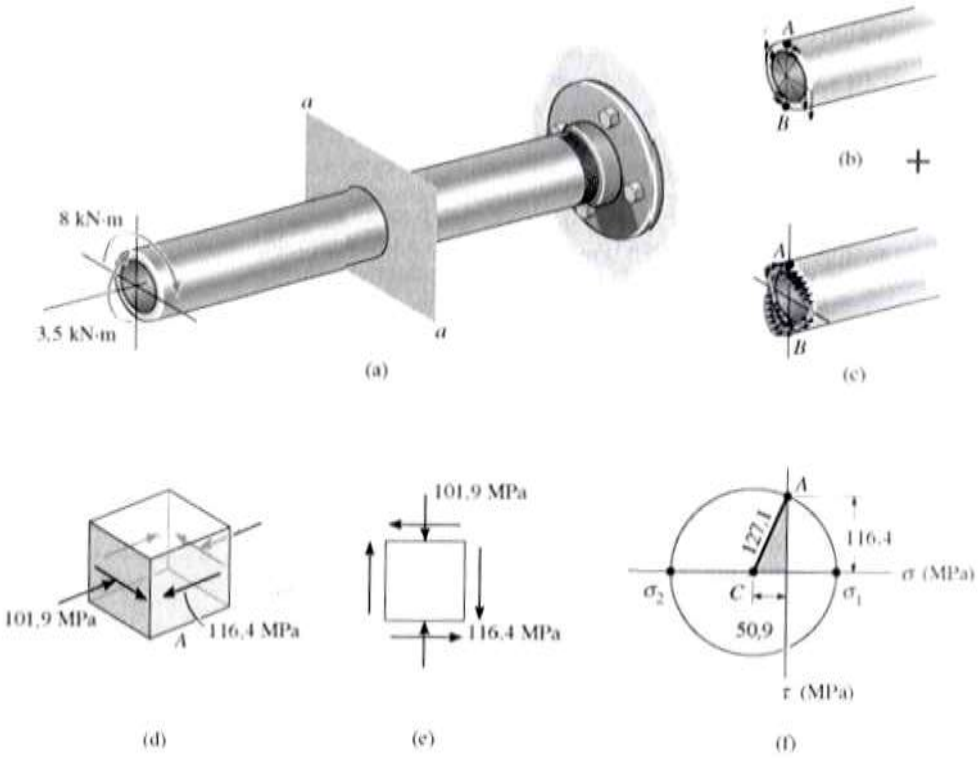


Fig. 10-39

Solução:

Para resolver este problema devemos investigar um ponto do tubo que esteja sujeito a um estado de tensões com as maiores tensões críticas. Tanto o momento torcional quanto o momento fletor são uniformes ao longo do comprimento do tubo. Em uma seção arbitrária a-a, fig. 10-39a, esse carregamento produz as distribuições de tensões indicadas nas figs. 10-39b e 10-39c. Inspecionando-se pontos A e B, verificamos que eles estão sujeitos ao mesmo estado crítico de tensões. Logo, investigaremos o estado de tensões no ponto A, assim:

$$\tau_A = \frac{T.c}{J} = \frac{(8000N.m)(0{,}04m)}{(\pi/2)\left[(0{,}04m)^4 - (0{,}03m)^4\right]} = 116{,}4MPa$$

$$\sigma_A = \frac{M.c}{I} = \frac{(3500N.m)(0{,}04m)}{(\pi/4)\left[(0{,}04m)^4 - (0{,}03m)^4\right]} = 101{,}9MPa$$

Esses resultados são mostrados na vista tridimensional do elemento do material representativo do ponto A, Fig. 10-39d, e uma vez que o material está sujeito a um estado plano de tensões, ele é também mostrado em duas dimensões na Fig. 10-39e.

O círculo de Mohr para esse estado plano de tensões tem seu centro em:

$$\sigma_{méd} = \frac{0 - 101{,}9}{2} = -50{,}9MPa$$

O ponto de referência A (0, -116,4MPa) é marcado e o círculo é desenhado, Fig. 10.39f. O raio do círculo pode ser calculado a partir do triângulo sombreado como sendo R = 127,1, e assim, calculando-se as tensões principais no plano, temos

$$\sigma_1 = -50{,}90 + 127{,}10 = 76{,}2MPa$$
$$\sigma_2 = -50{,}90 - 127{,}10 = -178{,}0MPa$$

Utilizando a Eq. 10-30, devemos atender a condição

$$(\sigma_1^{\,2} - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^{\,2}) \le \sigma_y^{\,2}$$
$$\left[(76{,}2)^2 - (76{,}2)(-178{,}0) + (-178{,}0)^2\right] \le (250)^2$$
$$51100 \le 62500$$

Uma vez que o critério foi atendido, podemos afirmar que o material do tubo não escoa (não ocorre falha), segundo a teoria da máxima energia de distorção.

Exemplo 10-11

O eixo maciço de ferro fundido mostrado na fig. 10-40a está sujeito a um torque *T*= 400 lb.ft. Determine seu menor raio de forma que ele não falhe segundo a teoria da máxima tensão normal. Um corpo de prova de ferro fundido, testado a tração, apresenta uma tensão última $(\sigma_u)_t$ = 20 ksi.

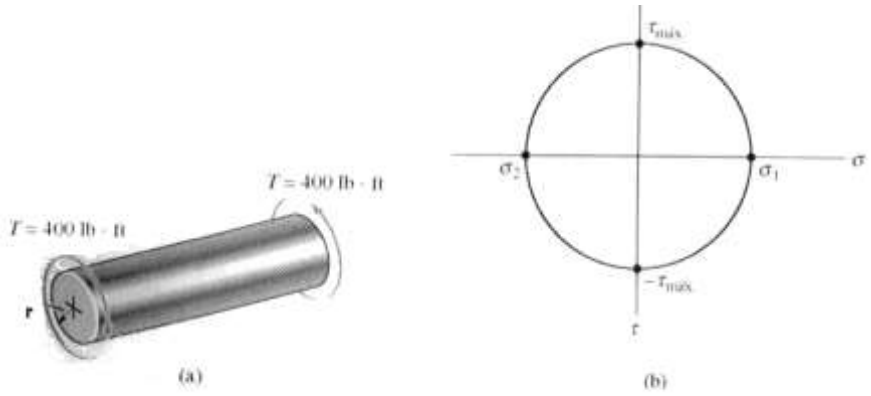


Fig. 10-40

Solução:

A tensão máxima ou crítica ocorre em um ponto qualquer localizado na superfície do eixo. Admitindo que o eixo tenha um raio r, a tensão cisalhante máxima será

$$\tau_{máx} = \frac{T.c}{J} = \qquad \frac{(400lb.ft)(12in/r)}{(\pi/2)r^4} = \frac{3055{,}8lb.in}{r^3}$$

O círculo de Mohr para esse estado de tensões (cisalhamento puro) é mostrado na Fig. 10-40b. Sendo R= $\tau_{máx}$, temos:

$$\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau_{máx} = \frac{3055{,}8lb.in}{r^3}$$

A teoria da tensão normal máxima requer que:

$$|\sigma_1| \le \sigma_u$$
$$\frac{3055{,}8lb.in}{r^3} \le 20.000lb/in^2$$

Assim o menor raio do eixo pode ser determinado por:

$$\frac{3055{,}8 lb.in}{r^3} = 20.000 lb/in^2$$

$$r = 0{,}535\ in$$

Exemplo 10-12

O eixo maciço mostrado na Fig. 10-41a tem raio de 0,5 in e é feito de um aço cuja tensão de escoamento é σ_y=36Ksi. Determine se o carregamento a ele aplicado causa falha segundo as teorias da máxima tensão cisalhante e da máxima energia de distorção.

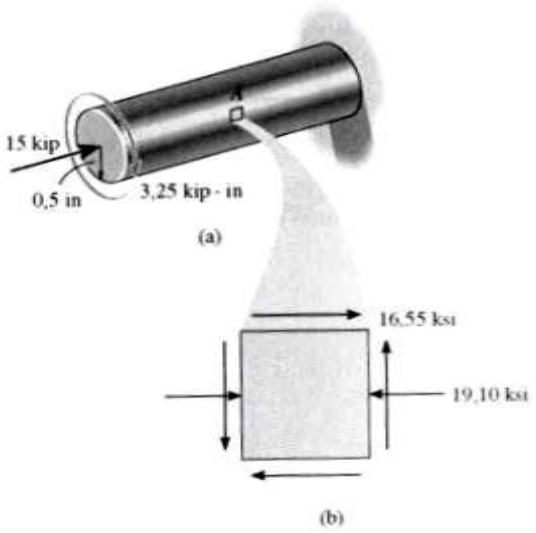


Fig. 10-41

<u>*Solução:*</u>

O estado de tensões em um ponto do eixo é causado pela força axial e pelo torque. Uma vez que a tensão cisalhante máxima causada pelo torque ocorre na superfície externa do eixo, temos:

$$\sigma_x = \frac{P}{A} = \frac{15 kip}{\pi(0{,}5in)^2} = 19{,}10 ksi$$

$$\tau_{xy} = \frac{T.c}{J} = \frac{3{,}25 kip.in(0{,}5in)}{\pi(0{,}5in)^4/2} = 16{,}55 ksi$$

As componentes de tensões mostradas na Fig. 10-41b atuam em um elemento do material representativo do ponto A. Em vez de utilizaremos o círculo de Mohr na determinação das tensões principais aplicaremos as equações de transformação das tensões:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + {\tau_{xy}}^2}$$

$$= \frac{-19{,}10+0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-19{,}10-0}{2}\right)^2 + (16{,}55)^2}$$

$$= -9{,}55 \pm 19{,}11$$

$$\sigma_1 = 9{,}56 ksi$$
$$\sigma_2 = -28{,}66 ksi$$

Teoria da tensão cisalhante máxima. *Uma vez que as tensões principais têm sinais opostos, a tensão cisalhante máxima absoluta ocorrerá no plano das tensões e, portanto, temos:*

$$|\sigma_1 - \sigma_2| \leq \sigma_y$$
$$|9{,}56 - (-28{,}66)| \leq 36$$
$$38{,}2 > 36$$

Assim, de acordo com essa teoria, ocorrerá falha por cisalhamento do material.

Teoria da máxima energia de distorção. *Uma vez que as tensões principais têm sinais opostos, a tensão cisalhante máxima absoluta ocorrerá no plano das tensões e, portanto, temos:*

$$(\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2) \leq \sigma_y^2$$
$$\left[(9{,}56)^2 - (9{,}56)(-28{,}66) + (-28{,}66)^2\right] \leq (250)^2$$
$$1187 \leq 1296$$

Assim, de acordo com essa teoria, ocorrerá falha por cisalhamento do material.